



## Concentration horizontale et relations verticales

Marie-Laure Allain, Saïd Souam

### ► To cite this version:

Marie-Laure Allain, Saïd Souam. Concentration horizontale et relations verticales. 2004. hal-00242914

**HAL Id: hal-00242914**

**<https://hal.science/hal-00242914>**

Preprint submitted on 6 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

**ECOLE POLYTECHNIQUE**  
CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

---

**Concentration horizontale et relations verticales**

Marie-Laure Allain  
Saïd Souam

*février 2004*

Cahier n° 2004-02

---

**LABORATOIRE D'ECONOMETRIE**

1rue Descartes F-75005 Paris

(33) 1 55558215

<http://ceco.polytechnique.fr/>

<mailto:labecox@poly.polytechnique.fr>

---

# Concentration horizontale et relations verticales

Marie-Laure Allain<sup>1</sup>  
Saïd Souam<sup>2</sup>

février 2004

Cahier n° 2004-02<sup>3</sup>

**Résumé:** Cet article explore les effets des concentrations horizontales dans des marchés reliés verticalement. Dans un modèle de concurrence imparfaite à deux niveaux, où les transactions verticales se font par l'intermédiaire d'un marché, on montre que des fusions horizontales engendrant des effets de taille sont, toutes choses égales par ailleurs, plus profitables en aval qu'en amont. De plus, la concentration dans un secteur réduit les incitations à la fusion dans l'autre secteur. Ces résultats sont confirmés par l'analyse d'un jeu de fusion permettant d'endogénéiser le processus de concentration.

**Abstract:** This paper analyzes the effects of horizontal mergers in vertically related industries. In a successive oligopoly model with an intermediate market, we show that horizontal mergers creating size effects are relatively more profitable downstream than upstream. Furthermore, concentration in an industry reduces the incentives to merge in the vertically related industries. These results hold in a merger game endogenising the merger process.

**Mots clés :** Concentrations, Relations verticales, Politique de la concurrence.

**Key Words :** Mergers, Vertical relationships, Competition policy.

**Classification JEL:** L13, L41

4

---

<sup>1</sup> CNRS, Laboratoire d'Econométrie de l'Ecole Polytechnique, 1 rue Descartes, 75005 Paris, France (Tel : 33 1 55 55 85 41, E-Mail : marie-laure.allain@polytechnique.fr)

<sup>2</sup> Université de Tours (CERE), et CREST-LEI, 28 rue des Saints-Pères, 75007 Paris, France (Tel: 33 1 44 58 27 46; E-Mail: souam@ensae.fr).

<sup>3</sup> Nous remercions Eric Avenel, Anne Perrot, Pierre Picard, Patrick Rey, Bernard Salanié et Shmuel Zamir pour leurs commentaires.

# 1 Introduction

Les concentrations horizontales entre entreprises actives sur un même marché ont des effets non seulement sur les concurrents et les consommateurs, mais également sur les entreprises des secteurs reliés verticalement, qu’elles soient fournisseurs ou clients. Ces effets peuvent s’exercer directement, à travers la modification des transferts entre les secteurs, voire entre les entreprises et les consommateurs. Ils peuvent également jouer indirectement, l’évolution de la structure de marché d’un secteur influençant celle des secteurs reliés verticalement, par exemple en y modifiant les incitations à la concentration : c’est plus particulièrement ce point qui nous intéresse ici.

Cette question est cruciale pour le contrôle des concentrations par les autorités de la concurrence. Dans l’Union Européenne comme aux Etats-Unis, leur intervention se fonde sur un bilan économique qui prend en compte non seulement les effets de la concentration sur les concurrents et les consommateurs, mais aussi sur les fournisseurs et les clients. Lorsque le secteur où a lieu la fusion fait face à une demande provenant d’entreprises suffisamment concentrées pour disposer d’un pouvoir de négociation permettant de résister au pouvoir de marché de leurs fournisseurs, l’existence d’un ”contre-pouvoir” en aval amène généralement les autorités de la concurrence à considérer une concentration comme moins nuisible<sup>1</sup>. Ainsi, en 1998, la Commission Européenne a utilisé l’argument du contre-pouvoir des acheteurs pour autoriser la fusion entre deux fabricants de papier et carton, Enso et Stora<sup>2</sup> : la Commission a considéré que, la demande étant aussi concentrée que l’offre sur ce marché, le contre-pouvoir des acheteurs suffisait pour empêcher les parties d’exercer leur pouvoir de marché après la fusion. De même, en France, le Conseil de la Concurrence<sup>3</sup> a considéré en 2002 que la concentration de la grande distribution française, principal débouché du marché du petit électroménager puisqu’elle représente plus des trois quarts des ventes de ce type de produits, lui permettait d’exercer un contrepoids suffisant pour limiter le pouvoir de marché du nouveau groupe formé par le rachat de Moulinex

---

<sup>1</sup>Cet argument a été employé dans 21 des 73 avis relatifs à des projets de concentration en France émis par le Conseil de la Concurrence entre 1988 et 2002 (Janin et Menoni, 2003).

<sup>2</sup>Décision du 25 novembre 1998 de la Commission Européenne, affaire IV/M.1225 - Enso/Stora. Sur l’un des marchés pertinents identifiés, celui du carton pour emballage de produits liquides, les deux entreprises totalisaient une part de marché de 50 à 70 %. En outre la concurrence potentielle et les possibilités d’entrée de nouveaux concurrents étaient très réduites.

<sup>3</sup>Avis n°02 – A – 07 du 15 mai 2002 relatif à l’acquisition d’une partie des actifs du groupe Moulinex par le groupe Seb.

par Seb. Inversement, les autorités en charge du contrôle des concentrations examinent également l'effet d'une opération sur les fournisseurs, notamment dans le cas de fusions entre distributeurs. Ainsi, dans le cas du rapprochement entre Carrefour et Promodès<sup>4</sup> en 2000, la Commission Européenne a examiné la question de la puissance d'achat du nouveau groupe de distribution risquant d'aboutir à une position dominante sur certains marchés de l'approvisionnement. Dans cette affaire comme dans le cas de la fusion entre les deux distributeurs Rewe et Meidl<sup>5</sup>, la Commission a exigé des mesures limitant la puissance d'achat que le rapprochement conférerait au distributeur sur plusieurs marchés.

Malgré l'importance pratique de cette question, la littérature économique est peu développée sur le sujet. Si la théorie du "countervailing power", que l'on peut traduire par "contre-pouvoir", proposée par Galbraith (1952), est souvent évoquée, elle est également très contestée. Selon Galbraith, le pouvoir de marché des grandes entreprises serait compensé par la pression des entreprises qui se trouvent en aval. Ces dernières utiliseraient leur pouvoir de marché en tant qu'acheteur afin de réduire les prix intermédiaires, ce qui se traduirait par une réduction des prix de vente finale. Selon cette théorie, les effets potentiellement anticoncurrentiels d'une concentration seraient régulés par la réaction des secteurs situés en aval : si les entreprises au niveau le plus concentré abusent de leur pouvoir de marché, les entreprises à l'autre niveau sont incitées à se concentrer à leur tour, ou tout du moins à utiliser leur contre-pouvoir. *"In this way the existence of market power creates an incentive to the organization of another position of power that neutralizes it."* (Galbraith, 1952). Cependant, cette affirmation a été rapidement critiquée : Stigler (1954) reprochait déjà à cette hypothèse de manquer de fondement théorique.

Depuis, la théorie économique a développé des outils d'analyse des effets d'une concentration sur la concurrence au sein d'un secteur ou sur les consommateurs<sup>6</sup>, mais elle s'est peu penchée sur la question des effets verticaux des concentrations horizontales. Des études empiriques (Bonaccorsi et Giuri, 2001) mettent pourtant en évidence l'influence de la structure de marché des secteurs verticalement reliés sur l'évolution structurelle d'un secteur. Quelques articles récents proposent une approche théorique de l'influence d'une concentration horizontale sur le partage des profits entre

---

<sup>4</sup>Décision du 25 janvier 2000 de la Commission Européenne, affaire IV/M.1684 Carrefour/Promodès.

<sup>5</sup>Décision de la Commission du 3 février 1999, affaire IV/M.1221- Rewe/Meidl.

<sup>6</sup>Pour une revue de la littérature sur les fusions, voir Charléty et Souam [2002].

les secteurs, mais sans en examiner les effets sur les incitations à la concentration dans les secteurs reliés. Dans le cadre de deux chaînes verticales concurrentes, au sein desquelles les contrats (exclusifs) entre producteurs et distributeurs sont secrets, Horn et Wolinsky (1988) montrent que la concentration horizontale modifie le pouvoir de négociation vertical des entreprises. Fumagalli et Motta (2001) étendent cette analyse à un cadre de tarifs binômes. Ils montrent que les fusions entre distributeurs sont plus nuisibles en termes de surplus social que les fusions entre leurs fournisseurs. Ces deux études considèrent des fusions au sein de duopoles, aboutissant à la monopolisation d'un secteur, et dans un cadre de contrats d'exclusivité verticale. En appliquant également aux relations entre producteurs et distributeurs le modèle de négociation de Nash, von Ungern-Sternberg (1996), dans un cadre de concurrence à la Cournot, et Dobson et Waterson (1997), dans un cadre de concurrence à la Bertrand avec produits différenciés, montrent qu'une diminution du nombre de distributeurs implique une augmentation du pouvoir de marché des entreprises restant après la fusion à la fois sur le marché amont et sur la vente finale aux consommateurs : le prix de gros diminue, mais les distributeurs augmentent également leurs marges. L'effet global sur les prix de détail est ambigu. Pour que la concentration entraîne une baisse des prix finaux, il faut que la concurrence soit très vive en aval entre distributeurs. Dans les autres cas de figure, l'hypothèse de contre-pouvoir n'a pas de justification théorique. Plus proche de notre article, Inderst et Wey (2003) analysent les incitations à la fusion horizontales dans deux duopoles reliés verticalement, où les transactions sont conclues par un processus particulier de négociation bilatérale. Ils montrent que les incitations à la fusion en aval dépendent de la forme des coûts des entreprises amont, alors qu'en amont elles dépendent de la substituabilité des produits.

L'objet de cet article est de poursuivre ces analyses en testant l'existence du contre-pouvoir dans un cadre de marché : contrairement à ces approches, nous considérons des secteurs reliés verticalement entre lesquels les transactions passent par un marché, sans négociation bilatérale. En outre, nous étudions des concentrations partielles dans chaque secteur oligopolistique, sans nous limiter au cas de la monopolisation. Dans ce cadre, nous examinons les effets d'une concentration dans un secteur sur le partage des profits entre les secteurs, et sur le surplus social. De plus, nous regardons si une concentration à un niveau peut entraîner une réaction de concentration dans les secteurs reliés verticalement, et si cette réaction permet d'en neutraliser les effets néfastes. Ainsi, nous évaluons les effets d'une concentration dans un secteur sur les structures de marché des secteurs reliés verticalement, et nous montrons que,

contrairement aux prédictions de Galbraith, une fusion à un niveau ne renforce pas les incitations à la fusion dans les secteurs reliés verticalement.

La section 2 présente le modèle de base qui permet, dans un premier temps, d'étudier des fusions exogènes dans les deux secteurs. La section 3 compare dans ce cadre les incitations à la fusion des firmes en amont et en aval d'une filière, et la section 4 présente l'analyse en termes de surplus social. Dans un second temps, nous endogénéisons les décisions de fusion des entreprises et nous comparons les équilibres d'un jeu de fusion dans chaque secteur dans la section 5.

## 2 Le modèle de base

L'étude des concentrations dans des marchés reliés verticalement nécessite l'emploi d'un modèle de concurrence imparfaite à deux niveaux successifs. Pour qu'on puisse envisager une concentration partielle, sans nécessaire monopolisation, chaque secteur, amont ou aval, doit comporter au moins trois firmes. Le modèle de concurrence à la Cournot à deux niveaux est le plus adapté à ces contraintes. Ce modèle, relativement standard dans la littérature sur les relations verticales (cf. Salinger, 1988, ou Gaudet et Van Long, 1996), repose en fait sur des hypothèses rarement précisées : il est présenté brièvement ici, et la résolution rigoureuse du jeu sous-jacent est développée dans l'annexe 1. On considère donc le marché d'un bien homogène produit en amont par  $m$  entreprises ( $m \geq 3$ ) en concurrence à la Cournot. Ces producteurs vendent leur production sur un marché intermédiaire où s'approvisionnent  $n$  entreprises aval ( $n \geq 3$ ), qui transforment ce bien en un bien final homogène. Les firmes aval se font concurrence à la Cournot pour vendre le bien final aux consommateurs. Les restrictions verticales ne sont pas autorisées : les tarifs sont linéaires et le prix de gros  $w$  est déterminé par l'équilibre entre l'offre et la demande sur le marché intermédiaire. Afin de pouvoir raisonner à nombre de firmes fixé, on suppose en outre qu'aucune firme ne peut entrer, ni en amont, ni en aval. Dans un premier temps, afin de pouvoir calculer les équilibres, on spécifie les fonctions de demande et de coût. La section 3.2 discute la robustesse qualitative des résultats dans un cadre d'hypothèses plus général. On suppose pour commencer que la fonction inverse de demande finale est linéaire :  $p = P(q) = 1 - q$ ,  $p$  étant le prix de détail et  $q$  la quantité totale du bien sur le marché aval. On s'intéresse à l'impact d'une fusion à l'un des niveaux du marché sur les incitations à la concentration à l'autre niveau du marché.

Afin de saisir l'influence d'une concentration sur le comportement des entreprises,

il est nécessaire de prendre en compte non seulement la diminution du nombre de firmes présentes sur un marché à la suite d’une fusion, mais également l’effet de la fusion sur les caractéristiques des entreprises. En effet, Salant, Switzer et Reynolds (1983) ont montré que dans un cadre de concurrence à la Cournot avec des coûts marginaux constants, une fusion n’est profitable pour les firmes qui fusionnent que si elle englobe au moins 80 % des entreprises présentes sur le marché. Ce paradoxe est dû, d’une part, à l’hypothèse que les firmes se font concurrence en quantités<sup>7</sup>, mais surtout au fait que le cadre retenu revient à assimiler une fusion à la suppression d’un concurrent, sans prendre en compte ses effets sur les caractéristiques des entreprises et notamment leurs coûts. En réalité, des ”effets de taille” peuvent réduire le coût de production des entreprises qui fusionnent : Perry et Porter (1985) et McAfee et Williams (1992) ont montré, sur un marché à un seul niveau, qu’en prenant en compte ces effets de taille, des fusions regroupant nettement moins d’entreprises devenaient profitables.

On considère à l’instar de McAfee et Williams (1992) une structure de coûts permettant de prendre en compte ces effets de taille. On suppose qu’il existe un facteur, input indispensable au processus de production, dont la quantité totale est fixée et normalisée<sup>8</sup> à 1 pour l’ensemble de chaque secteur, et qui influe négativement sur les coûts. On peut assimiler ce facteur au stock de capital des entreprises. L’entreprise aval  $i$  ( $i \in \{1, \dots, n\}$ ) qui dispose d’un stock de capital  $k_i^D$  transforme une quantité  $q_i^D$  de bien intermédiaire en bien final avec un coût  $c_i^D(q_i^D) = \frac{(q_i^D)^2}{2k_i^D}$ , qui s’ajoute au coût de l’acquisition  $wq_i^D$  de l’input sur le marché intermédiaire. De même, les  $m$  entreprises amont ont des coûts quadratiques :  $j$  ( $j \in \{1, \dots, m\}$ ) produit la quantité  $q_j^U$  avec un coût  $c_j^U(q_j^U) = \frac{(q_j^U)^2}{2k_j^U}$ . On suppose que la fusion conserve le stock de capital : lorsque  $s$  entreprises fusionnent pour former l’entité-fusion  $M$ , le capital de  $M$  est la somme des capitaux des entreprises qui ont fusionné. En conséquence, le coût marginal de production ou de distribution de l’entité fusion est inférieur au coût marginal de production ou de distribution d’une seule firme. Cette hypothèse permet de prendre en compte “l’effet de taille” lié à la fusion. En effet, deux firmes

---

<sup>7</sup>Dans le cadre d’une concurrence en prix entre produits différenciés, Deneckere et Davidson (1985) montrent qu’une fusion est toujours profitable, mais plus pour les firmes restant extérieures à la fusion (les “outsiders”) que pour les firmes qui fusionnent (les “insiders”).

<sup>8</sup>On a donc  $\sum_{i=1}^n k_i^D = \sum_{j=1}^m k_j^U = 1$ . On relâchera indirectement cette hypothèse dans la section 3.3 en introduisant une asymétrie entre les coûts en amont et en aval : supposer  $\sum_{i=1}^n k_i^D = b > 1$  équivaut formellement à considérer des coûts aval de la forme  $c_i^D(q^D) = a \frac{(q^D)^2}{2k_i^D}$  avec  $a = \frac{1}{b} < 1$ .



qui fusionnent peuvent produire une quantité égale à la somme des quantités qu'elles produisaient avant la fusion avec un coût plus faible : si la firme 1, possédant un stock de capital  $k_1$ , produit une quantité  $q_1$  avec un coût  $\frac{q_1^2}{2k_1}$ , et la firme 2, possédant un stock de capital  $k_2$ , produit une quantité  $q_2$  avec un coût  $\frac{q_2^2}{2k_2}$ , l'entité résultant de leur fusion a un stock de capital  $k_1 + k_2$  et produit la quantité  $q_1 + q_2$  avec un coût  $\frac{(q_1+q_2)^2}{2(k_1+k_2)}$  plus faible<sup>9</sup> que la somme des coûts  $\frac{q_1^2}{2k_1} + \frac{q_2^2}{2k_2}$ . Tout se passe comme si l'entité-fusion disposait de deux sites de production correspondant aux deux entreprises initiales, et pouvait choisir de répartir sa production entre ses usines de façon à minimiser ses coûts de production.

## 2.1 Equilibre du jeu de concurrence

On détermine dans l'annexe 1 l'équilibre du jeu. Le concept d'équilibre retenu est l'équilibre de Nash parfait en sous-jeux. Afin de simplifier l'analyse, on introduit les notations suivantes pour  $i \in \{1, \dots, n\}$  et  $j \in \{1, \dots, m\}$  :

$$\beta_i^D = \frac{k_i^D}{1 + k_i^D}; \quad B^D = \sum_{i=1}^n \beta_i^D; \quad b = \frac{1 + B^D}{B^D}; \quad \beta_j^U = \frac{bk_j^U}{1 + bk_j^U}; \quad B^U = \sum_{j=1}^m \beta_j^U.$$

A l'équilibre, les quantités échangées ( $Q^U$  étant la quantité totale produite et  $Q^D$  la quantité totale distribuée) et les prix sont les suivants :

$$Q^U = Q^D = \frac{1}{b} \frac{B^U}{1 + B^U}; \quad w = \frac{1}{1 + B^U}; \quad p = \frac{1 + B^U + B^D}{(1 + B^U)(1 + B^D)}.$$

Les profits avant fusion sont les suivants, avec  $\Pi_i^D$  le profit de l'entreprise aval  $i$ , et  $\Pi_j^U$  le profit de l'entreprise amont  $j$  :

$$\begin{aligned} \Pi_i^D &= \left( \frac{B^U}{(1 + B^U)(1 + B^D)} \right)^2 \frac{k_i^D(2k_i^D + 1)}{2(k_i^D + 1)^2} \\ \Pi_j^U &= \frac{1}{(1 + B^U)^2} \frac{k_j^U(2bk_j^U + 1)}{2(bk_j^U + 1)^2}. \end{aligned}$$

---

<sup>9</sup>On peut toutefois noter que, dans un cadre totalement symétrique, deux firmes qui produisent la même quantité ( $q_1 = q_2$ ) avec le même coût (car  $k_1 = k_2 = k$ ) ne verraient pas leur coût diminuer si elles choisissaient de produire la quantité  $q_1 + q_2$  après leur fusion :  $\frac{(2q)^2}{4k} = 2\frac{q^2}{2k}$ . Cependant, l'entité fusion ne fait plus face à la même fonction de coût que ses concurrentes, ce qui explique qu'elle bénéficie malgré cela d'un réel "effet de taille".

## 2.2 Conditions de profitabilité des fusions

On cherche maintenant à déterminer à quelle condition la fusion d'un sous-groupe d'entreprises amont ou aval est profitable, c'est-à-dire, d'après la définition usuelle de la profitabilité des fusions<sup>10</sup>, les conditions pour que le profit de l'entité-fusion soit supérieur à la somme des profits des entreprises qui fusionnent (les "insiders") avant la concentration. Considérons une fusion entre les  $s$  entreprises aval  $\{1, 2, \dots, s\}$  (après une éventuelle réindexation). Ni les  $n - s$  entreprises aval concurrentes, ni les  $m$  fournisseurs amont ne fusionnent. L'entité-fusion bénéficie d'un gain de productivité lié à l'effet de taille : elle supporte un coût marginal plus faible que ses concurrentes, et produit la quantité  $q$  avec un coût  $\frac{q^2}{2 \sum_{i=1}^s k_i^D}$ . On introduit les notations suivantes :

$$B_S^D = \frac{\sum_{i=1}^s k_i^D}{1 + \sum_{i=1}^s k_i^D} + \sum_{i=s+1}^n \frac{k_i^D}{1 + k_i^D}; \quad b_S = \frac{1 + B_S^D}{B_S^D}, \quad B_S^U = \sum_{j=1}^m \frac{b_S \times k_j^U}{1 + b_S \times k_j^U}.$$

**Lemma 1** *La fusion de  $s$  entreprises aval est profitable si et seulement si le profit de l'entité-fusion est supérieur à la somme des profits des  $s$  insiders avant la fusion, ce qui se traduit par la condition suivante, que l'on notera "Condition D" :*

$$\left( \frac{B_S^U}{(1 + B_S^U)(1 + B_S^D)} \right)^2 \frac{(\sum_{i=1}^s k_i^D)(1 + 2 \sum_{i=1}^s k_i^D)}{(1 + \sum_{i=1}^s k_i^D)^2} - \left( \frac{B^U}{(1 + B^U)(1 + B^D)} \right)^2 \sum_{i=1}^s \frac{k_i^D(1 + 2k_i^D)}{(1 + k_i^D)^2} \geq 0$$

**Preuve :** La condition exprime le fait que le profit de l'entité fusion doit être supérieur à la somme des profits des *insiders* avant la fusion. Après la fusion, le profit d'équilibre de l'entité fusion face à ses  $n - s$  concurrents en aval est :

$$\Pi_S^D = \left( \frac{B_S^U}{(1 + B_S^U)(1 + B_S^D)} \right)^2 \frac{(\sum_{i=1}^s k_i^D)(1 + 2 \sum_{i=1}^s k_i^D)}{2(1 + \sum_{i=1}^s k_i^D)^2} \blacksquare$$

De même, on étudie la fusion de  $s$  entreprises amont parmi  $m$ , lorsque les  $m - s$  concurrentes et le secteur aval ne connaissent pas de concentration. On pose les

<sup>10</sup>Voir par exemple Farrell et Shapiro (1990) ou Salant *et al.* (1983).

notations suivantes :

$$\beta_S^U = \frac{\sum_{j=1}^s b.k_j^U}{1 + \sum_{j=1}^s b.k_j^U}; B_{S'}^{U'} = \beta_S^U + \sum_{j=s+1}^m \frac{bk_j^U}{1 + bk_j^U}.$$

**Lemma 2** *La fusion de  $s$  entreprises amont est profitable si et seulement si le profit de l'entité-fusion est supérieur à la somme des profits des  $s$  insiders avant la fusion, ce qui se traduit par la condition suivante, que l'on notera "Condition U" :*

$$\frac{1}{(1 + B_{S'}^{U'})^2} \frac{(1 + 2\sum_{j=1}^s b.k_j^U)(\sum_{j=1}^s k_j^U)}{(1 + \sum_{j=1}^s b.k_j^U)^2} - \frac{1}{(1 + B^U)^2} \sum_{j=1}^s \frac{k_j^U(1 + 2b.k_j^U)}{(1 + b.k_j^U)^2} \geq 0$$

**Preuve :** on applique la même méthode que pour le lemme 1. ■

### 3 Comparaison des incitations

Les lemmes 1 et 2 définissent formellement les conditions de profitabilité d'un certain type de fusions, dans lesquelles une partie des entreprises d'un secteur se regroupent, leurs concurrentes et les entreprises des secteurs reliés verticalement restant séparées. Ces conditions garantissent que les firmes participant à la fusion réalisent un gain de profit. On cherche maintenant à les interpréter et à les comparer. On s'intéresse dans un premier temps à des secteurs présentant un certain degré de symétrie.

#### 3.1 Incitations à la fusion dans un cadre initial symétrique

On suppose qu'avant toute fusion, le capital est réparti au sein de chaque secteur de façon égalitaire, ce qui revient à faire l'hypothèse suivante :

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1, \dots, n\}, k_i^D &= k^D = \frac{1}{n} \\ \forall j \in \{1, \dots, m\}, k_j^U &= k^U = \frac{1}{m}. \end{aligned}$$

Le lemme 3 caractérise les fusions profitables dans ce cas.

**Lemma 3** *Il existe un unique seuil  $s_D^*(m, n)$  dans  $]1, n[$  à partir duquel une fusion de  $s$  entreprises aval est profitable, et un unique seuil  $s_U^*(m, n)$  dans  $]1, m[$  au-delà duquel la fusion de  $s$  entreprises amont est profitable. Ainsi, pour tout entier  $s$  supérieur à  $s_D^*$  et inférieur à  $n$ , la fusion de  $s$  entreprises aval est profitable, et pour tout entier  $s$  entre  $s_U^*$  et  $m$  la fusion de  $s$  entreprises amont est profitable.*

**Preuve :** voir l'annexe 2. ■

On généralise ainsi les résultats de Salant *et al.* (1983) qui ont montré, dans le cadre d'un modèle à un seul niveau, l'existence d'un seuil représentant le nombre minimal de firmes que doit regrouper une fusion pour être profitable. En particulier, on retrouve le fait que plus une fusion regroupe de firmes, plus elle est profitable. Cependant, on peut noter que les conditions de rentabilité des fusions en amont et en aval sont différentes<sup>11</sup>. On affine l'analyse en étudiant plus précisément les seuils de rentabilité des fusions, afin de les comparer. La forme des conditions  $U$  et  $D$  ne permet pas de déterminer explicitement la valeur des seuils  $s_D^*$  et  $s_U^*$ . Cependant, on peut obtenir plus d'information en considérant un cadre simplifié. On s'intéresse au cas où, avant toute fusion, le nombre de firmes, et donc le degré de concentration, sont les mêmes aux deux niveaux du marché :  $m = n$ . On pourrait s'attendre à avoir des incitations similaires à la fusion, mais on observe au contraire des divergences manifestes. La proposition suivante précise ces divergences et donne un encadrement des valeurs seuils  $s_D^*(n, n)$  et  $s_U^*(n, n)$ .

**Proposition 4** *Lorsque le nombre d'entreprises est le même en amont et en aval, le seuil de rentabilité des fusions est plus faible dans le secteur aval qu'en amont : toute fusion regroupant au moins trois entreprises aval est profitable, alors qu'une fusion en amont regroupant moins d'un quart des firmes n'est jamais profitable.*

*Plus précisément, les relations suivantes sont vérifiées :  $s_D^*(n, n) \leq 3$  et  $\frac{n}{4} < s_U^*(n, n) < \frac{7n}{10}$ . En outre, pour  $n \geq 9$ ,  $s_U^*(n, n) < \frac{n}{2}$ , et pour  $n \leq 15$ ,  $s_D^*(n, n) \leq 2$ .*

---

<sup>11</sup>En outre, la prise en compte des effets de taille invalide l'un des résultats de Salant *et al.* (1983), selon lequel ce seuil augmente plus que proportionnellement au nombre de firmes : ces auteurs montrent en effet que, quel que soit  $\lambda \leq 1$ , il existe un nombre  $\bar{n}$  de firmes tel que pour tout  $n \geq \bar{n}$ , la fusion d'une fraction  $\lambda$  des  $n$  firmes n'est pas profitable. Dans notre modèle au contraire, si l'on fixe le nombre d'entreprises amont, le seuil de rentabilité des fusions en aval augmente moins que proportionnellement au nombre de firmes aval, et inversement. Ainsi, si l'on fixe le nombre  $m$  d'entreprises en amont, on montre à l'aide de simulations que  $\frac{s_D^*(m, n)}{n}$  est décroissant en  $n$ . Ce résultat est valable dans les deux secteurs.

**Preuve :** voir l'annexe 3. ■

Quel que soit le nombre  $n$  de firmes au départ, les entreprises aval ont ainsi intérêt à fusionner à partir de valeurs de  $s$  très faibles. Les fusions regroupant un petit nombre d'entreprises (trois, ou même deux dès que le nombre total d'entreprises est inférieur à 15) sont profitables en aval, alors qu'en amont toute fusion regroupant moins d'un quart des producteurs présents initialement n'est pas profitable. Cependant, même en amont, une fusion regroupant au moins la moitié des firmes présentes sur le marché est profitable (si  $n \geq 9$ ) : la prise en compte des effets de taille donne des incitations à fusionner plus importantes que dans le modèle de Salant *et al.* (1983).

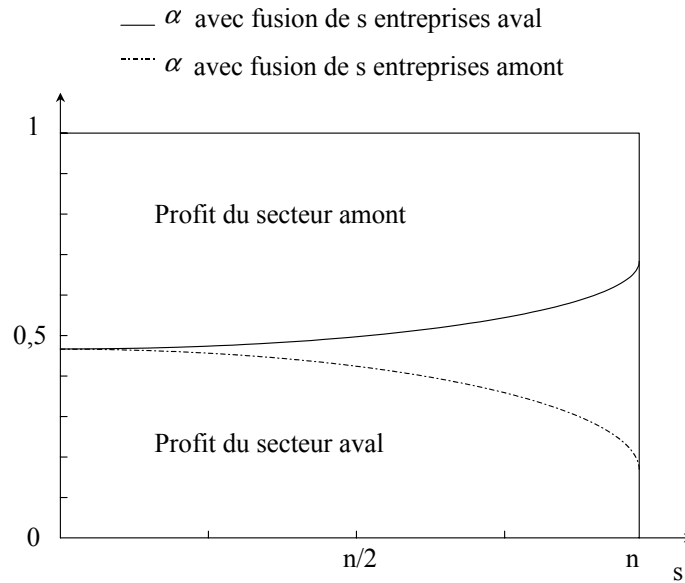
Dans ce cadre, il apparaît donc clairement que les incitations à la fusion sont plus fortes en aval qu'en amont. On va maintenant chercher à analyser les mécanismes qui sous-tendent ce résultat. Pour commencer, on compare la variation des profits des firmes suite à une fusion, en amont et en aval. On observe que, pour des fusions regroupant un nombre "raisonnable" de firmes (qui peut aller, dans notre modèle, jusqu'à 80 % des entreprises présentes sur le marché avant la fusion), le gain relatif de profit apporté par la fusion est plus important en aval.

**Proposition 5** *Lorsque le nombre de firmes est le même dans les deux secteurs, le gain relatif de profit consécutif à une fusion est plus important en aval qu'en amont, tant que cette fusion regroupe moins de 80% des firmes du secteur considéré.*

Plus formellement, on a :  $\forall n \geq 3, \forall s \leq \frac{4n}{5}, \frac{\Pi_S^D}{s\Pi^D} \geq \frac{\Pi_S^U}{s\Pi^U}$ .

**Preuve :** voir l'annexe 4. ■

Ce résultat confirme les différences d'incitations à la fusion selon le secteur. Le graphique suivant illustre l'évolution du partage du profit total entre les secteurs amont et aval lorsque  $s$  entreprises aval (respectivement  $s$  entreprises amont) fusionnent. On note  $\alpha$  la part du profit total de la structure verticale qui revient aux entreprises du secteur aval. Pour représenter graphiquement l'évolution de  $\alpha$ , on a fixé  $m = n = 20$ .



Avant une fusion, le partage du profit total des entreprises est en faveur du secteur amont ( $\alpha < 1/2$ ). Une fusion en aval accroît le profit total du secteur aval et réduit les profits du secteur amont, de telle sorte que  $\alpha$  augmente. Au contraire, une fusion en amont décroît les profits du secteur aval et accroît les profits du secteur amont, diminuant ainsi  $\alpha$ . Cependant, il est intéressant de remarquer que lorsque moins de la moitié des entreprises aval ont fusionné, l'amont reçoit encore la part la plus importante du profit total des firmes. La section suivante apporte des éléments d'explications à ce résultat.

### 3.2 Analyse des effets et discussion des résultats

Les différences d'incitations à la fusion entre l'amont et l'aval dans un cadre initial symétrique s'expliquent par la combinaison de plusieurs facteurs. Intuitivement, trois éléments peuvent influencer la profitabilité d'une fusion dans un secteur : la position des entreprises participant à la fusion dans le secteur amont ou aval, leur "taille" (c'est-à-dire le stock de capital de l'entité fusion) et le degré de concurrence au sein de chaque secteur. On analyse successivement l'influence de ces trois éléments sur la différence des incitations à la fusion entre l'amont et l'aval afin de déceler quels effets sous-tendent ces résultats. On étudie ensuite la robustesse des résultats en isolant chacun de ces effets et en les étudiant dans un cadre plus général.

### 3.2.1 Influence de la séquentialité

Dans le jeu considéré, les entreprises aval jouent après les entreprises amont, ce qui procure à ces dernières un avantage comparable à celui du *leader* de Stackelberg. En effet, les entreprises aval prennent le prix sur le marché intermédiaire comme donné, alors que les entreprises amont peuvent anticiper la réaction des firmes aval lorsqu'elles prennent leurs décisions. Cette séquentialité influence le partage des marges, donc des profits : le secteur amont obtient une part du profit plus importante que le secteur aval. Cet effet sera indirectement à l'origine des différences d'incitations à la fusion entre l'amont et l'aval, à travers les effets de taille étudiés plus bas. Cependant, si on l'isole des autres éléments influençant les profits, la séquentialité ne joue aucun rôle direct dans la profitabilité des fusions : si l'on supprime la source des effets de taille en considérant des coûts marginaux constants aux deux niveaux de la chaîne verticale, et si l'on reste dans un cadre symétrique ( $m = n$  et toutes les entreprises d'un secteur sont identiques), on montre très simplement que les seuils de profitabilité des fusions sont identiques en amont et en aval. Les gains réalisés par les entreprises qui fusionnent sont les mêmes en amont et en aval : le multiplicateur du profit des entreprises participant à la fusion ( $\frac{\pi_S^X}{s\Pi^X}$ ) est le même dans les deux cas.

Dans le cas de coûts marginaux constants, l'absence d'effet direct de la séquentialité sur le gain des entreprises participant à une fusion se conserve dans un cadre plus général. En particulier, Ziss (2002) montre que quel que soit le nombre d'entreprises aux deux niveaux du marché, si elles sont initialement toutes identiques au sein de chaque secteur, le multiplicateur du profit est le même aux deux niveaux du marché avec toute fonction de demande finale dont le degré de concavité, que l'on définit par  $\gamma(Q) = \frac{P''(Q)Q}{P'(Q)}$ , est constant et supérieur à -2. Le degré de concavité correspond, au signe près, à ce que Farrell et Shapiro (1990) appellent l'élasticité de la pente de la courbe de demande inverse. L'annexe 5 reprend ce résultat et poursuit l'analyse en étudiant les pertes engendrées dans un secteur par une fusion dans l'autre secteur, qui n'influencent pas directement les incitations à se concentrer, mais qui modifient le surplus social. La comparaison de ces effets dans les deux secteurs montre que, pour une fonction de demande à degré de concavité constant supérieur à -1, et toutes choses égales par ailleurs, le profit des firmes aval diminue plus suite à une fusion en amont que l'inverse : les entreprises aval sont plus affectées par une fusion en amont que les entreprises amont par une fusion en aval. Cet effet interviendra dans la dernière section où nous endogénéisons les décisions de fusion.

### 3.2.2 Effet de taille

Comme dans un marché à un seul niveau, la prise en compte d'un effet de taille à la suite d'une fusion renforce les incitations des firmes à la fusion (Cf. Perry et Porter, 1985), mais de façon plus sensible en aval qu'en amont. En effet, on vient de voir que dans le cadre d'un modèle avec coûts marginaux constants, donc sans effet de taille, le profit des firmes qui fusionnent augmente dans les mêmes proportions qu'elles soient en amont ou en aval, sous des hypothèses assez générales sur la fonction de demande. En revanche, si l'on prend en compte les effets de taille, le gain de profit devient relativement plus important en aval qu'en amont. Cela s'explique par le fait que, toutes choses égales par ailleurs, la réduction du coût unitaire des *insiders* est identique en valeur absolue, que la fusion ait lieu en amont ou en aval, alors que la marge pratiquée par les entreprises aval est au départ plus faible que celle des entreprises amont du fait de leur situation de suiveurs de Stackelberg. Ainsi, l'effet de taille joue plus en aval qu'en amont.

Cet effet se conserve dans un cadre plus général. En effet, le partage du profit entre les secteurs amont et aval dépend de la forme de la fonction de demande : considérons  $m$  entreprises amont, supportant un coût  $c^U(q)$ , face à  $n$  entreprises aval de coût  $c^D(q)$ . En partant de la condition du premier ordre de l'équilibre sur le marché final, on écrit la marge d'une entreprise aval :

$$M^D = P(Q) - w - c_q^D\left(\frac{Q}{n}\right) = -\frac{P'(Q)Q}{n}$$

De la même manière, la marge d'une entreprise amont est donnée par :

$$M^U = w - c_q^U\left(\frac{Q}{m}\right) = -\frac{Q}{m} \frac{\partial w}{\partial Q} = -\frac{Q}{m} \left[ P'(Q) + \frac{P''(Q)Q + P'(Q) - c_{qq}^D\left(\frac{Q}{n}\right)}{n} \right]$$

Pour un même nombre d'entreprises aux deux niveaux ( $m = n$ ), la différence entre les marges est donnée par :

$$M^U - M^D = -\frac{QP'(Q)}{n^2} \left[ 1 + \frac{P''(Q)Q}{P'(Q)} - \frac{c_{qq}^D\left(\frac{Q}{n}\right)}{P'(Q)} \right]$$

Pour que la marge d'une entreprise amont soit plus grande que celle d'une entreprise aval, il suffit<sup>12</sup> que les coûts des entreprises aval soient convexes, et le degré de concavité de la demande finale toujours supérieur à  $-1$ . La variation relative de la

---

<sup>12</sup>On pourrait trouver des conditions moins restrictives sur les fonctions de coût. Par exemple,



marge est alors plus forte pour les firmes qui ont initialement la marge la plus faible, et les entreprises aval bénéficient plus de l'effet de taille consécutif à une fusion.

### 3.2.3 Effet de l'intensité de la concurrence

L'étude des seuils de rentabilité des fusions montre, comme Salant *et al.* (1983) dans un cadre de concurrence à la Cournot sans effet de taille, que plus le nombre  $n$  de firmes est important dans un secteur, moins la fusion d'un nombre  $s$  donné de firmes est profitable. Toutes choses égales par ailleurs, cet effet joue de façon symétrique en amont et en aval.

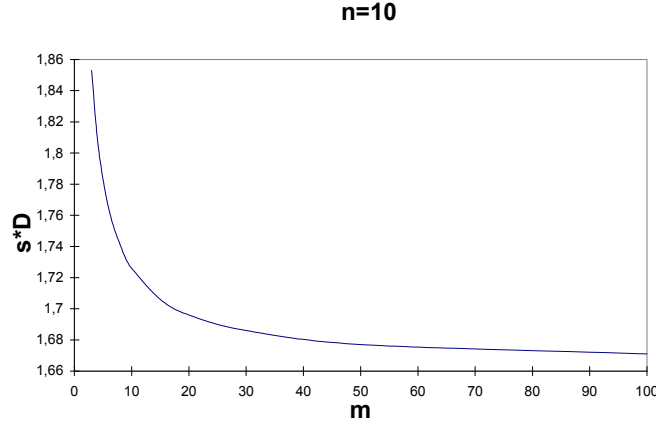
Des trois éléments qui influencent la rentabilité des fusions, dans un cadre symétrique (avec le même nombre d'acteurs initialement symétriques dans chaque secteur), seul l'effet de taille intervient de façon asymétrique entre l'amont et l'aval, expliquant ainsi la différence des valeurs des seuils de rentabilité des fusions. D'autres effets apparaissent dans la section suivante avec des structures de marché non symétriques.

## 3.3 Influence de la concentration des partenaires verticaux sur les incitations à la fusion

On cherche maintenant à tester la robustesse des résultats précédents si l'on retire l'hypothèse de symétrie du nombre d'acteurs aux deux niveaux du marché, afin d'étudier comment le degré de concurrence dans un secteur influence le comportement des entreprises et la rentabilité des fusions dans l'autre secteur. On étudie les variations des seuils  $s_U^*(m, n)$  et  $s_D^*(m, n)$  avec  $m \neq n$  par simulation (voir l'annexe 6). Le graphique suivant illustre les variations du seuil  $s_D^*$ , lorsque le nombre  $m$  d'entreprises amont varie, à  $n$  fixé ; la courbe représentant  $s_U^*$  en fonction de  $n$ , à  $m$  fixé, a la même allure.

---

Farrell et Shapiro (1990) font l'hypothèse suivante :  $c_{qq}^D(\frac{Q}{n}) > P'(Q)$ , ce qui revient à  $1 - \frac{c_{qq}^D(\frac{Q}{n})}{P'(Q)} > 0$ . Dans ce cadre, une condition suffisante pour que la marge soit plus importante en amont qu'en aval serait d'avoir un degré de concavité  $\gamma(Q)$  positif.



**Proposition 6** *Lorsque  $m \neq n$ ,  $s_D^*(m, n)$  est décroissant en  $m$  et  $s_U^*(m, n)$  est décroissant en  $n$ .*

Ainsi, plus les firmes sont concentrées en aval, moins les incitations à la fusion des firmes en amont sont importantes, et inversement. Ce résultat n'est pas complètement intuitif : d'après la théorie du contre-pouvoir évoquée plus haut, on pourrait en effet s'attendre à ce que des entreprises qui, à un niveau du marché, se voient menacées par la concentration à l'autre niveau du marché, réagissent en se concentrant pour tenter de préserver leur part du profit. Or c'est l'inverse qui se produit. En effet, examinons l'influence du nombre  $n$  d'entreprises aval sur les incitations à la fusion de  $m$  producteurs amont,  $m$  étant fixé. Il apparaît que plus  $n$  est faible, plus  $s_U^*$  est élevé, autrement dit plus une fusion en amont doit être large pour être profitable. De plus, l'introduction d'asymétries entre les coûts des entreprises aval accentue cet effet (voir l'annexe 6). Par conséquent, une fusion en aval réduit les incitations à la fusion en amont : après une fusion en aval, le nombre minimal de firmes que doit regrouper une fusion en amont pour être profitable augmente. De même, une fusion en amont réduit l'incitation à fusionner en aval.

Les mécanismes qui sous-tendent ces résultats reposent sur l'influence de la concurrence à un niveau du marché sur la quantité totale échangée sur le marché intermédiaire. Plus les entreprises sont nombreuses, et donc plus la concurrence est forte en amont, plus la quantité échangée est grande. Une fusion en aval peut donc avoir plus d'impact sur la quantité échangée, et crée plus de surprofit. De même, plus la

concentration en aval est faible, plus la quantité échangée est susceptible d'être réduite par des producteurs amont qui fusionnent.

On retrouve ce résultat, avec des coûts marginaux constants, lorsque le degré de concavité de la fonction de demande est constant et supérieur à -2. En effet, on montre dans l'annexe 6 que dans ce cas, une fusion dans un secteur réduit les incitations à la fusion dans l'autre secteur.

Enfin, on teste l'importance de l'hypothèse selon laquelle la structure de coûts est la même aux deux niveaux du marché. On suppose désormais que les coûts des entreprises aval sont donnés par la fonction  $c^D(q^D) = \frac{a(q^D)^2}{2k^D}$ , avec  $0 \leq a \leq 1$ . On reprend l'hypothèse selon laquelle  $m = n$ , pour donner aux deux industries amont et aval une structure symétrique avant les fusions. En faisant varier le paramètre  $a$ , on observe que les incitations à la fusion se modifient aux deux niveaux. Le tableau de l'annexe 7 donne un aperçu des résultats obtenus par simulation, pour quelques valeurs de  $n$  entre 3 et 100, et de  $a$  entre 0 et 1. Les deux seuils que l'on note dans cette variante  $s_D^*(n, n, a)$  et  $s_U^*(n, n, a)$  sont croissants en  $n$ . Ce résultat est classique dans les modèles de concurrence à la Cournot : plus les firmes sont nombreuses sur un marché, plus une fusion doit être large pour être profitable aux firmes qui fusionnent. De plus, le seuil,  $s_D^*(n, n, a)$  est décroissant en  $a$  : quand le coût marginal en aval est faible, les profits initiaux des firmes du secteur aval sont plus élevés, et les effets de taille relativement moins importants. Ce serait également vrai dans un modèle à un seul secteur, avec les mêmes coûts. Au contraire,  $s_U^*(n, n, a)$  croît avec  $a$ , car la quantité échangée sur le marché intermédiaire augmente quand les coûts aval sont faibles, et les gains de profit plus sensibles : du point de vue des entreprises amont, lorsque  $a$  diminue, tout se passe comme si la concurrence augmentait en aval.

## 4 Analyse en termes de bien-être social

On a jusqu'à présent mis en évidence des différences entre les incitations à la fusion selon les secteurs : en partant d'une situation initiale symétrique, un mouvement de concentration semble plus probable en aval qu'en amont. Il importe non seulement de déterminer dans quel secteur les fusions sont le plus susceptibles de se produire, mais également de comparer leurs effets sur le surplus social, selon le secteur où elles se produisent. Avant toute fusion, le surplus social s'écrit :

$$W(m, n) = \sum_{j=1}^m \Pi_j^U + \sum_{i=1}^n \Pi_i^D + \frac{(1-p)^2}{2}$$

Lorsque le capital est réparti de façon symétrique au sein de chaque secteur, on montre facilement que le surplus social croît avec  $m$  et  $n$ . En conservant les hypothèses  $a = 1$  et si le nombre initial de firmes est le même aux deux niveaux du marché, on montre dans l'annexe 8 que toute fusion, qu'elle se produise en amont ou en aval, diminue le surplus social. On peut alors comparer les pertes de surplus social engendrées par une fusion de  $s$  entreprises en amont et en aval.

**Proposition 7** *Si  $m = n$ , une fusion de  $s$  entreprises en amont engendre une perte de surplus social plus importante qu'une fusion de  $s$  entreprises en aval.*

**Preuve :** voir l'annexe 8. ■

Ce résultat est dû au fait que les gains en termes de profits pour les firmes qui fusionnent sont plus importants en aval, et qu'au contraire, les pertes de profit engendrées par une fusion à l'autre niveau du marché sont moindres en amont. En conséquence, même si les fusions sont plus probables en aval qu'en amont, car les incitations à fusionner sont plus importantes en aval, les effets négatifs sur le surplus social en sont plus faibles. En termes de contrôle des concentrations, il est alors difficile de définir une priorité : à quel niveau du marché un processus de fusion est-il susceptible d'engendrer les plus grandes pertes de surplus social ? Pour tenter de répondre à cette question qui demeure ouverte, il faut affiner la notion d'incitation à la fusion utilisée jusqu'ici, qui ne permet pas de prévoir l'issue d'un processus de concentration. Dans ce but, on relâche l'hypothèse que les fusions sont exogènes et on considère au contraire qu'elles résultent de décisions stratégiques des entreprises. En effet, on sait que, même si une fusion est profitable, dans la mesure où le profit de l'entité fusion est plus élevé que la somme des profits des firmes avant la fusion, cette fusion peut ne pas avoir lieu (Gaudet et Salant, 1992) : même si le profit des firmes qui participent à la fusion augmente, il est possible que le profit des firmes qui n'y participent pas (les *outsiders*) augmente encore plus. Dans ce cas, si l'on considère le processus de fusion comme un jeu stratégique, des fusions profitables peuvent ne pas se produire à l'équilibre, chaque entreprise préférant attendre la concentration des autres, en "passager clandestin". Dans la section suivante, on propose un jeu de fusion permettant d'endogénéiser les décisions de concentration dans les deux secteurs.

## 5 Endogénéisation des fusions

L'objectif de cette section est d'endogénéiser le processus de fusion. On considère que chaque entreprise a la possibilité d'acquérir des concurrents, par une offre publique d'achat. Dans ce cadre, on compare les issues d'un jeu de fusion aux deux niveaux du marché. On s'intéresse en particulier aux possibilités de monopolisation de chaque secteur. On exclut les possibilités d'intégration verticale. On conserve les hypothèses de symétrie ( $m = n$ ,  $a = 1$ , et au sein de chaque secteur le capital est initialement réparti à parts égales entre les entreprises). Seule la position des firmes au sein de la chaîne verticale influencera donc leurs choix stratégiques.

### 5.1 Le jeu

En conservant la structure de base du modèle précédent, on considère un jeu de fusions, qui s'apparente aux modèles d'enchères proposés par Kamien et Zang (1990) et Gaudet et Salant (1992) dans le cadre d'un marché à un seul niveau. Dans un premier temps, on considère deux jeux distincts, selon que les joueurs sont les entreprises amont ou aval : dans chacun des cas les entreprises de l'autre secteur sont passives, leur nombre et leurs caractéristiques étant fixés. Initialement, chaque firme est détenue par un entrepreneur, qui peut soit acheter d'autres firmes, soit vendre son entreprise. Chaque jeu se déroule en deux étapes.

A la première étape, chaque entrepreneur annonce un vecteur de prix : son offre pour chacune des autres firmes, c'est-à-dire le prix auquel il s'engage à racheter cette firme, et le prix auquel il est prêt à céder son entreprise. A l'issue de cette étape, les firmes sont réparties entre les acheteurs selon la règle d'attribution suivante : si le prix de cession annoncé par un entrepreneur est inférieur à l'offre qu'un de ses concurrents a faite pour racheter son entreprise, la transaction est conclue et l'offreur acquiert la cible qui fusionne avec sa propre entreprise ; lorsque plusieurs offreurs ont proposé des prix d'acquisition supérieurs au prix de cession d'une cible, la firme est attribuée au plus offrant. Si plusieurs offreurs font exactement la même offre, la cible est attribuée aléatoirement à l'un d'eux. La règle d'allocation des firmes est connaissance commune. Enfin, les firmes appartenant au même entrepreneur fusionnent à l'issue de cette étape, et bénéficient d'un effet de taille : leurs stocks de capital s'ajoutent, et leurs coûts marginaux diminuent.

A la deuxième étape, les firmes issues de l'étape 1 et les entreprises de l'autre secteur jouent le jeu de concurrence à deux niveaux défini dans la section 2.

## 5.2 Conditions d'existence d'équilibres avec fusion

On s'interroge maintenant sur les possibilités d'existence d'équilibres avec fusion, et en particulier sur la possibilité d'émergence d'un monopole à l'issue de ces jeux de fusions. Dans un premier temps, on cherche les conditions nécessaires pour qu'une entreprise ait intérêt à acquérir  $t$  concurrents lors de la première étape du jeu, si les stratégies des  $n - t - 1$  firmes non concernées par cette fusion les amènent à rester séparées. On recherchera ensuite l'ensemble des configurations de marché émergeant à l'équilibre dans chaque jeu.

On note  $\pi_{t+1}^n$  le profit, à la fin du jeu, de l'entité fusion résultant de l'acquisition par une firme de  $t$  concurrents pendant la première étape du jeu,  $\pi_{refus}$  le profit qu'un entrepreneur dont l'entreprise a été rachetée à la première étape aurait eu s'il avait refusé la transaction, c'est-à-dire s'il avait proposé un prix de cession supérieur à l'offre de l'acquéreur (ce profit représente le profit de déviation d'un "insider"), et enfin  $\pi_1$  le profit d'une firme en l'absence de fusion.

Un offreur souhaitant acheter  $t$  firmes refuse de les payer plus que  $\pi_{t+1}^n - \pi_1$  au total, ce qui représente son coût d'opportunité. Une condition nécessaire à l'existence d'un équilibre dans lequel un entrepreneur achète  $t$  concurrents est donc donnée par la contrainte suivante :

$$\pi_{t+1}^n - \pi_1 \geq t\pi_{refus}.$$

Cette condition exprime la possibilité, pour une firme souhaitant acquérir  $t$  concurrents, de proposer à chacun un prix d'acquisition supérieur au profit qu'il réaliserait en refusant l'offre (à stratégie des autres fixée, c'est-à-dire en supposant que chacune des autres firmes cibles a accepté l'offre), sans toutefois que l'acquéreur perde à la transaction. Elle garantit à la fois que l'offreur a bien intérêt à faire cette offre, et qu'aucune des cibles n'a intérêt à dévier en refusant l'offre. On caractérise maintenant les situations dans lesquelles cette condition est vérifiée.

Pour une firme du secteur aval, la condition nécessaire à l'acquisition de  $t$  concurrents est donnée par l'inéquation suivante :

$$\left[ \frac{B_{t+1}^U}{(1 + B_{t+1}^U)(1 + B_{t+1}^D)} \right]^2 \frac{(t+1)k^D(2k^D(t+1) + 1)}{2[(1+t)k^D + 1]^2} \geq$$

$$t \left[ \frac{B_t^U}{(1 + B_t^U)(1 + B_t^D)} \right]^2 \frac{k^D(2k^D + 1)}{2[k^D + 1]^2} + \left[ \frac{B^U}{(1 + B^U)(1 + B^D)} \right]^2 \frac{k^D(2k^D + 1)}{2[k^D + 1]^2} \quad (1)$$

De la même façon, on définit la condition nécessaire équivalente pour une entreprise amont :

$$\frac{1}{(1 + B_{t+1}^{U'})^2} \frac{(t+1)k^U(2(t+1)k^U b + 1)}{2[(1+t)k^U b + 1]^2} \geq t \frac{1}{(1 + B_t^{U'})^2} \frac{k^U(2bk^U + 1)}{2[bk^U + 1]^2} + \frac{1}{(1 + B^U)^2} \frac{k^U(2bk^U + 1)}{2[bk^U + 1]^2} \quad (2)$$

### 5.3 Etude du jeu de fusion en amont

En partant d'une situation initiale symétrique, l'équilibre du jeu de fusion entre entreprises amont est unique, alors qu'il existe plusieurs équilibres dans le jeu aval. Deux lemmes permettent de déterminer l'équilibre du jeu amont. Le lemme 8 montre que la condition [2] n'est jamais vérifiée.

**Lemme 8** *En partant d'une situation symétrique ( $m = n$ ), une entreprise du secteur amont n'a pas intérêt à acquérir  $t$  concurrents ( $\forall t \leq n - 1$ ) si les  $n - t - 1$  firmes restantes ne fusionnent pas. En particulier, il n'existe pas d'équilibre avec formation d'un monopole en amont ( $t = n - 1$ ).*

**Preuve :** voir l'annexe 9. ■

En conséquence, les issues du jeu dans lequel une entreprise amont achète  $t$  concurrents, ses  $n - t - 1$  concurrents restant indépendants, ne sont pas des équilibres de Nash du jeu de fusion. Ce résultat provient du fait que le profit d'un *outsider*, c'est-à-dire d'une firme restant à l'extérieur de la fusion, est plus important que le profit maximal espéré par une firme participant à la fusion : certaines des cibles ont donc intérêt à dévier. Pour trouver l'ensemble des équilibres du jeu de fusion en amont, il faut étudier l'ensemble des configurations de fusions possibles, en particulier la formation de coalitions multiples. Une deuxième étape consiste à étudier les possibilités de duopolisation du secteur amont à l'équilibre. Le lemme 9 montre que, si  $s$  entreprises fusionnent, les  $n - s$  concurrents ne fusionnent pas à l'équilibre. Par conséquent la formation d'un duopole en amont n'apparaît jamais à l'équilibre.

**Lemme 9** *La duopolisation du secteur amont n'est pas un équilibre.*

**Preuve :** voir l'annexe 9. ■

On peut déduire de ces deux lemmes que la configuration d'équilibre du jeu de fusion en amont ne peut être ni un monopole, ni un duopole. En outre, si un équilibre avec fusion existe dans ce jeu, il est nécessairement tel que plus de deux coalitions se forment. Afin d'étudier la possibilité pour le producteur amont (d'indice 1) d'acquérir  $s - 1$  concurrents (d'indices 2 à  $s$ ), quelle que soit la situation des  $n - s$  concurrents non concernés par la fusion (et donc, quel que soit le nombre de fusions se produisant parmi eux), on construit un indice de concentration des concurrents,  $\Delta$  :

$$\Delta = \sum_{j=s+1}^n \frac{bk_j^U}{1 + bk_j^U}$$

L'indice  $\Delta$  décroît avec la concentration des  $n - s$  concurrents : lorsque deux firmes amont (quels que soient leurs stocks de capital) fusionnent,  $\Delta$  décroît. En outre,  $\Delta$  varie de  $\frac{b(n-s)}{n+b(n-s)}$  lorsque les  $n - s$  concurrents fusionnent (cas du duopole), à  $\frac{b(n-s)}{n+b}$  lorsqu'ils restent séparés. On montre alors que, quel que soit  $\Delta$  appartenant à l'intervalle  $\left[ \frac{b(n-s)}{n+b(n-s)}, \frac{b(n-s)}{n+b} \right]$ , une fusion de  $s$  firmes ne peut se produire à l'équilibre car la contrainte  $\pi_{t+1}^n - \pi_1 \geq t\pi_{refus}$  n'est pas vérifiée. On en déduit donc la proposition suivante :

**Proposition 10** *Le jeu de fusion en amont admet un unique équilibre sous-jeu parfait : l'équilibre de statu quo, dans lequel aucune fusion n'a lieu.*

**Preuve :** voir l'annexe 10. ■

Dans ce cadre, l'existence d'un secteur aval verticalement séparé du secteur amont supprime totalement les incitations à la fusion en amont. Il importe de relativiser ce résultat, qui n'a qu'un sens relatif car il est lié à l'hypothèse selon laquelle le nombre de firmes est le même aux deux niveaux du marché avant le début du jeu de fusion : si  $m \neq n$ , on peut exhiber des cas où les firmes amont fusionnent à l'équilibre, en particulier si le nombre  $n$  de firmes aval est suffisamment élevé par rapport à  $m$  pour que l'effet de double marginalisation s'atténue. Mais on concentre ici l'étude sur les incitations à la fusion des firmes dans un cadre symétrique. On va voir maintenant que dans le même cadre, la résolution du jeu de fusion en aval donne des résultats très différents.



## 5.4 Etude du jeu de fusion en aval

Contrairement à ce que l'on observe en amont, le jeu en aval présente des équilibres avec fusion, même en partant d'une situation symétrique : la condition [1] est plus facilement vérifiée que la condition [2]. On étudie si certaines configurations particulières, comme un monopole, peuvent apparaître à l'équilibre en aval. On montre ainsi qu'il peut exister un équilibre de Nash où une entreprise aval rachète tous ses concurrents.

**Proposition 11** *Il existe un équilibre avec monopolisation dans le jeu de fusion en aval si  $n \leq 5$ . En outre, si l'on relâche l'hypothèse selon laquelle  $m = n$ , un tel équilibre existe quel que soit  $m$  lorsque  $n \leq 4$ , et pour  $n = 5$ , quel que soit  $m \geq 4$ .*

**Preuve:** voir l'annexe 11. ■

Ainsi, un processus concurrentiel de fusions peut aboutir à l'équilibre à une monopolisation du secteur aval si le nombre initial de firmes n'est pas trop élevé. Dans le même cadre, les entreprises amont n'ont jamais intérêt à fusionner, et le seul équilibre du jeu de fusion en amont est le *statu quo*. Formellement, le résultat obtenu dans le secteur aval s'apparente davantage aux résultats classiques dans un secteur à un seul niveau, où par exemple Kamien et Zang (1990) ont montré que dans certains cas, un secteur comportant initialement moins de 5 firmes pouvait se monopoliser. Ces résultats confirment les différences entre les incitations des firmes à la fusion en amont et en aval, dont la section 3 donnait l'intuition. A titre d'illustration<sup>13</sup>, si l'on prend un cadre initialement symétrique avec 4 entreprises en amont et 4 en aval, les équilibres du jeu de fusion en aval sont multiples et toutes les configurations de marché peuvent émerger, alors que le seul équilibre du jeu de fusion en amont est le *statu quo*.

## 5.5 Jeu simultané

On généralise facilement l'analyse au cas où les entreprises ont simultanément la possibilité de se concentrer aux deux niveaux. On considère le jeu suivant : toutes les firmes, en amont comme en aval, jouent simultanément. On n'autorise toujours pas l'intégration verticale. Si l'on conserve l'hypothèse selon laquelle  $m = n$  initialement, on peut ramener la recherche des équilibres de ce jeu à celle du jeu de fusion en aval :

---

<sup>13</sup>Les preuves non détaillées dans l'article sont disponibles auprès des auteurs.

**Proposition 12** *L'ensemble des configurations de marché obtenues dans les équilibres du jeu simultané est exactement l'ensemble des configurations de marché obtenues dans les équilibres du jeu de fusion en aval.*

**Preuve:** On a montré dans la proposition 10 que lorsque les entreprises aval ne se concentrent pas, il existe un unique équilibre du jeu de fusion en amont, le *statu quo*. On a également montré dans la section 3.3 que plus le secteur aval se concentre (en partant d'une situation initiale symétrique), moins une fusion en amont est profitable. On en déduit donc que si les entreprises amont ne fusionnent pas dans le jeu où le secteur aval ne fusionne pas, comme on l'a montré en étudiant le jeu en amont, ils ne fusionneront pas non plus dans le jeu simultané. Les stratégies d'équilibre des entreprises amont dans le jeu simultané sont donc des stratégies de *statu quo*. Comme les entreprises aval peuvent anticiper ces stratégies, elles se comportent exactement comme dans le jeu de fusion en aval où le secteur amont est passif. ■

Par ailleurs, la proposition 11 montre que quel que soit le nombre d'entreprises dans le secteur amont, un oligopole comprenant moins de 4 entreprises symétriques en aval peut se concentrer jusqu'à la monopolisation. En réalité, de nombreux secteurs entrent dans ce cadre. Par exemple, dans la plupart des pays européens, le secteur de la distribution de produits de grande consommation est dominé par un oligopole de cinq acteurs ou moins (Allain et Chambolle, 2003). En Finlande, par exemple, cinq distributeurs se partagent actuellement plus de 90% du marché, et la Commission Européenne s'est opposée en 1996 à la fusion des deux plus grands groupes Kesko et Tuko, en arguant du fait que le secteur était déjà suffisamment concentré. A la lumière de notre analyse, cette décision apparaît fondée, même si le secteur de la distribution n'est pas en relation avec un seul secteur amont, et si les entreprises n'y sont pas toutes symétriques. En France, le Conseil de la Concurrence a mené en 1997 une enquête<sup>14</sup> sur la concentration du secteur de la distribution, s'interrogeant sur ses conséquences à la fois sur les consommateurs et sur les fournisseurs : il constate que, même si la concentration de la distribution a en France peu d'effet sur les prix à la consommation car la concurrence restant vive entre les groupes de distribution, elle contribue en revanche à renforcer significativement la puissance d'achat des distributeurs. Le rapport conclut cependant qu'il n'est pas nécessaire de prendre des mesures sectorielles visant à limiter les concentrations entre entreprises de distribution. Nos

---

<sup>14</sup>Avis du Conseil de la Concurrence n°97 – A – 04 relatif à diverses questions portant sur la concentration de la distribution.

résultats tendent à confirmer qu'il importe de surveiller les concentrations dans ce secteur : dans notre modèle, le risque d'une concentration excessive du secteur amont est inexistant, alors que la formation d'un *trust* en aval est possible dès que le nombre de firmes aux deux niveaux du marché est suffisamment faible. Par exemple, on peut montrer simplement qu'en partant d'une situation initiale où les deux secteurs comportent quatre firmes symétriques, toutes les configurations peuvent apparaître en aval à l'équilibre, mais le secteur amont ne se concentre pas. En termes de bien-être social, et donc de politique de la concurrence, ce résultat renverse les conclusions d'une analyse purement statique, selon laquelle les fusions en amont seraient les plus nuisibles comme on l'a vu dans la section 4 : puisque les entreprises amont fusionnent peu ou pas, le danger pour le surplus social viendrait plutôt du secteur aval, plus susceptible de se concentrer.

## 6 Conclusion

Dans cet article, nous avons exploré les effets des concentrations dans un marché oligopolistique sur les structures de marché des secteurs reliés verticalement, à travers l'étude de la rentabilité des fusions et des incitations à la concentration. Nous en avons déduit une comparaison des effets des fusions sur le partage des profits entre les secteurs, et sur le bien-être social, en fonction du secteur dans lequel elles se produisent. Une analyse de statique comparative dans le cadre de fusions exogènes montre que la concentration dans un secteur tend à réduire les incitations à la concentration dans les secteurs reliés verticalement (en amont ou en aval), et que les incitations à la fusion sont, dans un cadre symétrique, plus importantes en aval qu'en amont. Ces résultats sont confirmés par l'étude d'un jeu de fusion. Alors qu'une comparaison "exogène" montrait que, toutes choses égales par ailleurs, les fusions sont moins nuisibles en aval qu'en amont en termes de surplus social, l'endogénéisation des décisions de fusion fait apparaître un résultat intéressant : si l'on prend en compte les incitations des firmes à fusionner, nettement plus importantes en aval qu'en amont, le risque de fusion engendrant des pertes de surplus social est plus important en aval qu'en amont. En termes de politique de la concurrence, ces résultats suggèrent que les autorités en charge du contrôle des concentrations devraient porter une attention particulière aux mouvements de concentration des secteurs aval.

Bien entendu, nos résultats doivent s'interpréter dans le cadre des hypothèses du modèle. Comme on l'a vu dans la section 3, les principaux de ces résultats restent

qualitativement valides, notamment le fait que les incitations à la concentration sont plus fortes en aval qu'en amont, dans un cadre d'hypothèses plus générales sur la demande ou sur les coûts. Cependant, l'hypothèse de symétrie des acteurs est fondamentale : ainsi, comme on l'a déjà dit, le résultat de la proposition 10, selon lequel aucune fusion n'a lieu en amont à l'équilibre du jeu, tient fortement à cette hypothèse, et tombe lorsque les entreprises ne sont pas symétriques : il faut interpréter nos résultats comme une comparaison des incitations à la fusion au sein de secteurs reliés verticalement, à structure de marché donnée, et non comme une mesure absolue de ces incitations. En outre, de nombreux autres éléments non pris en compte dans ce modèle pourraient renforcer les incitations à la fusion en amont : les fusions peuvent représenter le moyen de pénétrer des marchés étrangers, de mettre en commun des activités de recherche et développement, ou obéir à des motivations d'ordre financier... Des pistes de recherche future se dégagent de cette analyse. Il serait en particulier très intéressant d'étudier en quoi l'asymétrie entre les entreprises peut modifier ces résultats, et quelle serait alors l'issue d'un processus dynamique de concentration.

## 7 Bibliographie

Allain, M.-L. et C. Chambolle (2003) *Economie de la distribution*, Repères, La Découverte.

Bonaccorsi, A. et P. Giuri (2001) "The Long-Term Evolution of Vertically-Related Industries", *International Journal of Industrial Organization*, 19 (7), 1053-83.

Charléty, P. et S. Souam (2002) "Analyse économique des fusions horizontales", *Revue Française d'Economie*, 17 (2), 37-68.

Deneckere, R. et C. Davidson (1985) "Incentives to Form Coalitions with Bertrand Competition", *RAND Journal of Economics*, 16, 473-486.

Dobson, P. et M. Waterson (1997) "Countervailing Power and Consumer Prices", *Economic Journal*, 107 (4), 418-30.

Farrell, J. et C. Shapiro (1990) "Horizontal mergers: an equilibrium analysis", *American Economic Review*, 80 (1), 107-126.

Fauli-Oller, R. (1997) "On Merger Profitability in a Cournot Setting", *Economics Letters*, 54 (1), 75-79.

Fumagalli, C. et M. Motta (2001) "Upstream mergers, downstream mergers, and secret vertical contracting", *Ricerche Economiche (Research in Economics)*, 55 (3), 275-89.

Galbraith, J. K. (1952) *American Capitalism: the Concept of Countervailing Power*, Houghton Mifflin, Boston MA.

Gaudet, G. et S. W. Salant (1992) "Mergers of producers of perfect complements competing in prices", *Economics Letters*, 39, 359-364.

Gaudet, G. et N. Van Long (1996) "Vertical integration, foreclosure, and profits in the presence of double marginalization", *Journal of Economics and Management Strategy*, 5 (3), 409-432.

Horn, H. et A. Wolinsky (1988) "Bilateral Monopolies and Incentives for Merger", *RAND Journal of Economics*, 19 (3), 408-19.

Inderst, R. et C. Wey (2003) "Bargaining, mergers and technology choice in bilaterally oligopolistic industries", *RAND Journal of Economics*, 34 (1), 1-19.

Janin, L et B. Menoni (2003) "Le contrôle des concentrations en France : analyse empirique des avis du Conseil de la Concurrence", mémoire de Groupe de Travail ENSAE, Juin.

Kamien, M. et I. Zang (1990) "The Limits of Monopolization through Acquisition", *Quarterly Journal of Economics*, 105 (2), 465-99.

McAfee, P. et M. A. Williams (1992) "Horizontal mergers and antitrust policy", *Journal of Industrial Economics*, 40 (2), 181-187.

Perry, M. et R. H. Porter (1985) "Oligopoly and the incentive for horizontal merger", *American Economic Review*, 75 (1), 219-227.

Salant, S. W., S. Switzer et R. J. Reynolds (1983) "Losses from horizontal merger: the effects of an exogenous change in industry structure on Cournot-Nash equilibrium", *Quarterly Journal of Economics*, 93, 185-199.

Salinger, M. A. (1988) "Vertical Mergers and Market Foreclosure", *Quarterly Journal of Economics*, 103 (2), 345-356.

Stigler, G. (1954) "The Economist Plays with Blocs", *American Economic Review*, 44 (2), 7-15.

von Ungern-Sternberg, T. (1996) "Countervailing Power Revisited", *International Journal of Industrial Organization*, 14 (4), 507-19.

Ziss, S. (2002) "Horizontal mergers and successive oligopoly", *mimeo* Wilfried Laurier University.

## 8 Annexes

### 8.1 Annexe 1 : Le modèle de concurrence à la Cournot à deux niveaux

Il est intéressant de revenir sur le jeu de concurrence à la Cournot à deux niveaux. On peut représenter plus précisément le jeu sous-jacent de la façon suivante :

**Etape 1 :** toutes les entreprises amont produisent et mettent simultanément sur le marché intermédiaire les quantités  $q_j^U$ ,  $j \in \{1, \dots, m\}$ .

**Etape 2 :** sur le marché intermédiaire, un *market maker* fixe le prix de gros  $w$  auquel il achète toute la quantité produite par les entreprises amont, et auquel il s'engage à fournir toute la demande provenant des entreprises aval.

**Etape 3 :** les entreprises aval expriment simultanément leurs demandes individuelles  $q_i^D$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Les transactions ont ensuite lieu entre le *market maker* et les entreprises aval, qui transforment alors le bien et le vendent (toujours simultanément) aux consommateurs finaux.

Les objectifs des joueurs sont les suivants : les entreprises maximisent leurs profits, et le *market maker* minimise la différence entre l'offre et la demande :  $\text{Min}_w (\sum_{j=1}^m q_j^U - \sum_{i=1}^n q_i^D)^2$ . On suppose que le *market maker* "bienveillant" ne prend pas de marge sur les transactions, s'apparentant ainsi au commissaire priseur walrasien<sup>15</sup>. On suppose que si la demande sur le marché intermédiaire excède l'offre, le *market maker* a l'obligation de se fournir sur un marché extérieur, auquel les entreprises n'ont pas accès, par exemple en raison des prix prohibitifs qui y sont pratiqués. Les acteurs du marché ne sont donc jamais rationnés ni sur les débouchés, ni sur les *inputs*. Cette précision est nécessaire pour garantir l'existence et l'unicité de l'équilibre parfait du jeu<sup>16</sup>, dont la résolution se fait par induction vers l'amont. Elle permet en particulier d'éviter les stratégies de déviation des entreprises aval qui pourraient demander plus que leur quantité d'équilibre, afin de rationner la quantité disponible pour leurs concurrents, modifiant par là même, selon la règle de rationnement existant sur le marché, à la fois la quantité qu'elles obtiennent et celle que leurs concurrents obtiennent.

A la dernière étape du jeu, chaque entreprise aval maximise son profit à  $w$  fixé,

---

<sup>15</sup>Insistons toutefois sur le fait que le *timing* du jeu proposé ici est différent de celui du tâtonnement walrasien.

<sup>16</sup>Ce point nous a été suggéré par Patrick Rey et a bénéficié de nos discussions avec Eric Avenel.

en anticipant la demande inverse des consommateurs :  $P(q_1^D, \dots, q_n^D) = 1 - \sum_{k=1}^n q_k^D$ . Le programme de l'entreprise  $i$  ( $i \in \{1, \dots, n\}$ ) est le suivant :

$$\text{Max}_{q_i^D} [1 - \sum_{k=1}^n q_k^D - \frac{q_i^D}{2k_i^D} - w] q_i^D$$

où  $q_k^D$  ( $k \in \{1, \dots, n\}$ ) est la quantité de bien distribuée par l'entreprise  $k$ .

La fonction objectif est concave et la résolution du système des conditions du premier ordre caractérise l'unique équilibre du sous-jeu à  $Q^U$  et  $w$  fixés, et donne la relation entre la demande totale des entreprises aval  $Q^D$  et le prix de gros sur le marché intermédiaire :

$$\frac{1 + B^D}{B^D} Q^D = 1 - w.$$

A l'équilibre du sous-jeu, chaque entreprise aval  $i$  demande la quantité  $q_i^D = \frac{\beta_i^D}{1+B^D}(1-w)$ .

A la deuxième étape du jeu, la quantité totale produite par les entreprises amont  $Q^U$  est fixée, et le *market maker* anticipe l'équilibre du sous-jeu aval en fonction de  $w$ . Il fixe le prix de gros  $w$  afin de minimiser sa fonction objectif en réduisant l'écart entre l'offre connue et la demande anticipée :  $w = 1 - \frac{1+B^D}{B^D} Q^U$ . Ce prix de gros caractérise l'équilibre unique du sous-jeu à  $Q^U$  fixée.

A la première étape du jeu, les entreprises amont anticipent l'équilibre du sous-jeu à  $Q^U$  fixée. Anticipant le prix de gros fixé par le *market maker*, l'entreprise  $j$  ( $j \in \{1, \dots, m\}$ ) maximise son profit en résolvant le programme suivant :

$$\text{Max}_{q_j^U} [1 - \frac{1+B^D}{B^D} \sum_{k=1}^m q_k^U - \frac{q_j^U}{2k_j^U}] q_j^U.$$

La quantité offerte par  $j$  est alors  $q_j^U = \frac{1}{1+B^U} \frac{\beta_j^U}{b}$ . On en déduit les quantités échangées et les prix à l'équilibre sous-jeu parfait unique du jeu :

$$\begin{aligned} Q^U &= Q^D = \frac{1}{b} \frac{B^U}{1+B^U} \\ w &= \frac{1}{1+B^U} \\ p &= \frac{1+B^U+B^D}{(1+B^U)(1+B^D)}. \end{aligned}$$

## 8.2 Annexe 2 : Existence et unicité des seuils

Les nombres d'entreprises en amont et en aval étant fixés, le signe des conditions  $D$  et  $U$  est donné par le signe de polynômes de degré 4 en  $s$ . Ainsi, *Condition D* est vérifiée si l'expression  $\frac{Num}{Den}$  est positive, avec :

$$\begin{aligned} Num &= (1 + m + 2n + 3mn)^2 (1 + n)^2 (n + 2s) - (2 + n) \times \\ &\quad ((1 + m)n^2 + (2 + n + m(3 + 2n - 2s) - s)s + n(1 + n + s + m(1 + 2n + s)))^2 \\ Den &= (1 + n)^2 (n + 2s) \times \\ &\quad ((1 + m)n^2 + (2 + n + m(3 + 2n - 2s) - s)s + n(1 + n + s + m(1 + 2n + s)))^2 \end{aligned}$$

Le dénominateur est positif pour tout  $s$  positif. Le numérateur  $Num(n, m, s)$ , est un polynôme de degré 4 en  $s$  qui vérifie :  $Num(m, n, 1) = 0$  pour toutes les valeurs de  $n$  et  $m$ ,  $\frac{\partial Num}{\partial s} \big|_{s=1} < 0$  pour  $n > 2$ , et  $Num(n, m, n) > 0$  pour toutes les valeurs possibles de  $m$  et  $n$ .  $Num$  s'annule donc au moins une fois entre 1 et  $n$ . En outre  $\lim_{s \rightarrow +\infty} Num(n, m, s) = \lim_{s \rightarrow -\infty} Num(n, m, s) = -\infty$ . Il existe donc une racine de  $Num$  dans  $] -\infty, 1[$  et une autre dans  $]n, +\infty[$ . Etant donné que  $Num$  est de degré 4 en  $s$ , on en déduit l'existence d'une racine unique  $s_D^*(m, n)$  dans l'intervalle  $]1, n[$  :  $\frac{Num}{Den}$  est positive et *Condition D* est vérifiée seulement sur l'intervalle  $[s_D^*, n]$ .

Le même raisonnement pour *Condition U* aboutit à des résultats similaires, et montre l'existence d'un unique seuil  $s_U^*(m, n)$  au delà duquel la fusion de  $s$  entreprises amont est profitable.

## 8.3 Annexe 3 : Preuve de la proposition 2

On fixe  $m = n$ . Pour  $s = 3$ , *Condition D* est vérifiée ssi le polynôme  $-3 + 4n + 75n^2 + 138n^3 + 54n^4$  est positif, c'est-à-dire pour tout  $n \geq 3$ , donc la *Condition D* est toujours vraie pour  $s = 3$ . On en déduit qu'une fusion entre trois entreprises aval est toujours profitable.

Si  $s = n/4$ , *Condition U* est vérifiée ssi le polynôme  $128 + 1152n + 3872n^2 + 6446n^3 + 5108n^4 + 1055n^5 - 684n^6 - 4n^7$  est positif. Ce polynôme est négatif pour tout  $n \geq 4$ , donc une fusion en amont n'est jamais profitable lorsqu'elle inclut moins du quart des firmes présentes en amont.

Enfin, si  $s = 7n/10$ , *Condition U* est vérifiée quel que soit  $n \geq 3$ , et ainsi toute fusion regroupant plus de 70% des entreprises amont est profitable. De même, on montre que pour  $s = \frac{n}{2}$ , *Condition U* est vérifiée pour tout  $n \geq 9$ .



## 8.4 Annexe 4 : Preuve de la proposition 3

Soit  $\xi(s) = (\frac{\Pi_s^D}{s\Pi^D} - \frac{\Pi_s^U}{s\Pi^U})$ . Le signe de  $\xi(s)$  est donné par celui d'un polynôme de degré 5, qu'on notera  $\zeta(s)$ . Quel que soit  $n$ ,  $\zeta(1) = 0$  et  $\frac{\partial \zeta}{\partial s}|_{s=1} \geq 0$ . En outre,  $\lim_{s \rightarrow -\infty} \zeta(s) = -\infty$ ,  $\lim_{s \rightarrow +\infty} \zeta(s) = +\infty$ .  $\zeta(s)$  a toujours deux racines négatives, et deux racines strictement supérieures à 1. Enfin, si  $n \leq 9$ , les deux racines de  $\zeta(s)$  supérieures à 1 sont supérieures à  $n$ , et si  $n \geq 9$ ,  $\zeta(s)$  a une unique racine située entre 1 et  $n$ . Ainsi, pour tout  $n \leq 9$ , une fusion de  $s$  firmes aval parmi les  $n$  a pour effet de multiplier leur profit par un coefficient plus élevé que le même multiplicateur pour les firmes amont. Par ailleurs, pour tout  $n \geq 9$ , il existe un seuil  $s^{**}(n) \in [1, n]$  au-delà duquel  $\xi(s)$  devient négatif. On montre que ce seuil est toujours supérieur à  $\frac{8n}{10}$ . Cela signifie que toute fusion regroupant moins de 80% des firmes est plus profitable si elle se produit en aval qu'en amont.

## 8.5 Annexe 5 : Incitations en amont et en aval avec des coûts marginaux constants

On suppose que les entreprises amont ont toutes le même coût marginal constant  $c^U$ , toutes les entreprises aval ont le même coût marginal constant  $c^D$  qui s'ajoute au prix de gros  $w$ . On suppose que  $\gamma(Q) > -2$ , ce qui implique que le revenu marginal de l'industrie aval est décroissant : sous cette hypothèse, la condition du second ordre du jeu de Cournot à deux niveaux est vérifiée pour n'importe quelle structure de marché.

On reprend ici les méthodes de Fauli-Oller (1997) et Ziss (2002). En notant  $w = w(Q, n)$  la fonction de demande inverse sur le marché intermédiaire et en utilisant la symétrie entre les firmes aval, la condition du premier ordre sur le marché aval donne  $w(Q, n) = P(Q) + \frac{Q}{n}P'(Q) - c^D$ . On en déduit l'expression des dérivées partielles de  $w(Q, n)$  et le degré de concavité  $\mu$  de la demande intermédiaire (on note  $f_x$  la dérivée de la fonction  $f$  par rapport à la variable  $x$ ) :

$$\mu(Q, n) = \frac{w_{QQ} * Q}{w_Q} = \gamma(Q) + \frac{\gamma'(Q)Q}{n + 1 + \gamma(Q)}$$

On définit  $\tilde{w}(m, n) = w(Q(m, n), n)$  le prix de gros d'équilibre. En dérivant la condition du premier ordre sur le marché amont par rapport à  $n$ , on peut étudier le multiplicateur de profit des entreprises à la suite d'une fusion de  $s$  firmes dans leur

secteur. On a :

$$\begin{aligned}\frac{\pi_n^D(m, n)}{\pi^D(m, n)} &= -\frac{2n + \gamma(Q) - [2 + \gamma(Q)] \frac{\gamma(Q) - \mu(Q, n)}{m + 1 + \mu(Q, n)}}{n[n + 1 + \gamma(Q)]} \\ \frac{\pi_m^U(m, n)}{\pi^U(m, n)} &= -\frac{2m + \mu(Q, n)}{m[m + 1 + \mu(Q, n)]}\end{aligned}$$

On obtient les multiplicateurs de profit en intégrant cette dérivée logarithmique :

$$\begin{aligned}\frac{\pi^D(m, n - s + 1)}{\pi^D(m, n)} &= \exp\left[\int_{n-s+1}^n -\frac{\pi_n^D(m, t)}{\pi^D(m, t)} dt\right] \\ \frac{\pi^U(m - s + 1, n)}{\pi^U(m, n)} &= \exp\left[\int_{m-s+1}^m -\frac{\pi_m^U(t, n)}{\pi^U(t, n)} dt\right]\end{aligned}$$

Dans le cas symétrique  $m = n$ , et avec un degré de concavité de la demande constant  $\gamma(Q) = \gamma$ , on a  $\mu(Q, n) = \gamma$ . On retrouve bien le résultat de Ziss (2002) selon lequel  $\frac{\pi^D(m, n - s + 1)}{\pi^D(m, n)} = \frac{\pi^U(m - s + 1, n)}{\pi^U(m, n)}$ , et  $s_D^* = s_U^*$  si  $m = n$ . *A priori*, il n'y a pas de différence en termes d'incitations à la fusion.

On peut poursuivre en comparant les pertes engendrées dans chaque secteur par la fusion de  $s$  firmes de l'autre secteur, lorsque le degré de concavité de la demande est constant ( $\gamma(Q) = \gamma = \mu$ ) : on compare les rapports  $\frac{\pi^D(m - s + 1, n)}{\pi^D(m, n)}$  et  $\frac{\pi^U(m, n - s + 1)}{\pi^U(m, n)}$ . De la même manière que ci-dessus, on montre que :

$$\begin{aligned}\frac{\frac{\partial \pi^D(m, n)}{\partial m}}{\pi^D(m, n)} &= \frac{2 + \gamma}{m[m + 1 + \gamma]} \\ \frac{\frac{\partial \pi^U(m, n)}{\partial n}}{\pi^U(m, n)} &= \frac{[m + 1 + \gamma]}{n[m + 1 + \gamma][n + 1 + \gamma]}\end{aligned}$$

Avec  $m = n$ , on a  $\frac{\frac{\pi_n^U}{\pi^U}}{\frac{\pi_m^D}{\pi^D}} = \frac{1}{2 + \gamma}$ .

### Résultat :

Si le degré de concavité de la fonction de demande finale est constant et supérieur à  $-1$ , ce rapport est strictement inférieur à 1, ce qui traduit le fait que les entreprises

en aval perdent plus à une fusion de  $s$  entreprises amont que le contraire. En revanche, s'il est inférieur à  $-1$ , ce sont les entreprises amont qui perdent plus à une fusion de  $s$  entreprises aval que le contraire.

## 8.6 Annexe 6 : Concentration différente en amont et en aval

On suppose que le nombre d'entreprises est différent en amont et en aval ( $m \neq n$ ).

*Condition D* est vérifiée ssi  $(s-1)P(m, n, s)$  est positif, avec  $P(m, n, s)$  un polynôme de degré 3 en  $s$ , qui admet trois racines réelles en  $s$ . On montre que pour toutes les valeurs de  $m$  et  $n$  supérieures à 3,  $\lim_{s \rightarrow -\infty} P(m, n, s) = +\infty$ ,  $\lim_{s \rightarrow +\infty} P(m, n, s) = -\infty$ ,  $P(m, n, 1) < 0$ ,  $\frac{\partial P}{\partial s}(m, n, 1) > 0$ , et  $P(m, n, n) > 0$ . Donc  $P$  admet une unique racine  $s_D^*(m, n)$  dans l'intervalle  $[1, n]$ . On peut exprimer et représenter graphiquement cette fonction de  $m$  et  $n$  avec le logiciel Mathematica, on observe qu'elle est croissante en  $n$  et décroissante en  $m$ . En outre, on montre que pour tout  $m$ ,  $s_D^* \leq 4$ . De même, *Condition U* est vérifiée ssi  $s$  est supérieur à un seuil  $s_U^*(m, n)$  entre 1 et  $m$ , avec  $s_U^*(m, n)$  décroissant en  $n$  et croissant en  $m$ .

La décroissance de  $s_D^*(m, n)$  avec  $m$  exprime que la réduction du nombre de producteurs amont fait croître le seuil  $s_D^*$ . Ce n'est pas suffisant pour montrer qu'une fusion, qui engendre une redistribution du capital entre les entreprises amont, fait croître  $s_D^*$  : il reste à vérifier que l'asymétrie entre les entreprises amont (due à l'effet de taille consécutif à une fusion) ne contrarie pas cet effet. En fixant  $n$ , on compare deux situations :

- (1)  $m = n - z + 1$ , toutes les entreprises amont sont symétriques. Dans ce cas *Condition D* vérifiée  $\Leftrightarrow f(n, s, z) \geq 0$  ;
- (2) au départ  $m = n$ , puis  $z$  entreprises amont fusionnent, alors *Condition D* vérifiée  $\Leftrightarrow g(n, s, z) \geq 0$ .

Le nombre de firmes amont est le même dans les deux cas mais la seconde situation illustre la réalisation d'une fusion avec effets de taille, alors que la première illustre seulement une diminution du nombre de firmes amont (sans création d'une entreprise disposant d'un stock de capital plus élevé que les autres).

Soit  $dif(n, s, z) = f(n, s, z) - g(n, s, z)$ . On montre que  $\forall n, \forall z \in [1, n], \forall s \in [1, 4]$ ,  $dif(n, s, z) \geq 0$ . En conséquence,  $s_D^*$  dans la situation (2) est plus élevé que  $s_D^*$  dans la situation (1). Or  $s_D^*$  dans la situation (1) est plus élevé que  $s_D^*$  lorsque  $m = n$  : on en déduit qu'une fusion en amont fait croître  $s_D^*$ , et réduit les incitations à la fusion en aval. Une étude semblable montre que  $s_U^*$  augmente lorsque des entreprises aval

fusionnement.

On peut généraliser ce résultat dans le cadre d'une fonction de demande au degré de concavité  $\gamma$  constant ( $\gamma \geq -2$ ), et de coûts linéaires, en utilisant les méthodes développées dans l'annexe 5. En effet, dans ce cas,

$$\frac{\pi^U(m-s+1, n)}{\pi^U(m, n)} = \exp\left[\int_{m-s+1}^m -\frac{\pi_m^U(t, n)}{\pi^U(t, n)} dt\right] = \exp\left[\int_{m-s+1}^m \frac{2t+\gamma}{t(t+1+\gamma)} dt\right], \text{ et}$$

$$\frac{\pi^D(m, n-s+1)}{\pi^D(m, n)} = \exp\left[\int_{n-s+1}^n -\frac{\pi_n^D(m, t)}{\pi^D(m, t)} dt\right] = \exp\left[\int_{n-s+1}^n \frac{2t+\gamma}{t(t+1+\gamma)} dt\right].$$

Or  $\int_{n-s+1}^n \frac{2t+\gamma}{t(t+1+\gamma)} dt = \frac{1}{1+\gamma} \ln\left(\left(\frac{n}{n-s+1}\right)^\gamma \left(\frac{n+1+\gamma}{n-s+2+\gamma}\right)^{2+\gamma}\right)$  si  $\gamma \neq -1$ , et cette fonction est décroissante en  $n$ . Si  $\gamma = -1$ ,  $\int_{n-s+1}^n \frac{2t-1}{t^2} dt$  est également décroissante. Donc on en déduit que :

$m \geq n \Leftrightarrow \forall s \in \{1, \dots, n\}, \frac{\pi^U(m-s+1, n)}{\pi^U(m, n)} \leq \frac{\pi^D(m, n-s+1)}{\pi^D(m, n)}$ . Donc  $m \geq n \Leftrightarrow s_D^*(m, n) \leq s_U^*(m, n)$ . Dans la mesure où une fusion n'entraîne pas d'effets de taille dans ce cadre, on en déduit que si le degré de concavité de la fonction de demande finale est constant et supérieur à -2, et si, au sein de chaque secteur, les entreprises ont des coûts marginaux constants et identiques, alors une fusion dans un secteur réduit les incitations à la fusion dans l'autre secteur.

## 8.7 Annexe 7 : $a \neq 1$

Tableau 1 : quelques valeurs des seuils avec  $m = n$  et  $a \neq 1$ .

		a=0.1	a=0.3	a=0.5	a=0.7	a=0.8	a=0.9	a=1
n=3	$s_U^*$	1.91	1.96	1.99	2.03	2.04	2.05	2.07
	$s_D^*$	1.94	1.66	1.44	1.28	1.21	1.15	1.1
n=7	$s_U^*$	3.06	3.26	3.43	3.57	3.64	3.70	3.76
	$s_D^*$	4.46	3.34	2.58	2.04	1.84	1.67	1.53
n=10	$s_U^*$	3.7	4.02	4.31	4.55	4.66	4.76	4.86
	$s_D^*$	6.35	4.51	3.29	2.46	2.16	1.92	1.73
n=30	$s_U^*$	6.62	7.88	8.98	9.94	10.38	10.79	11.17
	$s_D^*$	18.69	11.51	7.02	4.21	3.34	2.72	2.29
n=50	$s_U^*$	8.76	11.01	13.02	14.77	15.56	16.30	16.98
	$s_D^*$	30.76	18.13	10.18	5.32	3.95	3.07	2.5
n=100	$s_U^*$	13.04	18	22.44	26.28	27.99	29.57	31.05
	$s_D^*$	60.6	34.31	17.42	7.18	4.78	3.46	2.71

## 8.8 Annexe 8 : Analyse du surplus social

On conserve l'hypothèse que  $a = 1$ . Après la fusion de  $s$  firmes aval, le surplus social devient :

$$W_{SD} = m \frac{1}{(1 + B_S^U)^2} \frac{k^U(2b_S.k^U + 1)}{2(b_S.k^U + 1)^2} + (n - s) \left( \frac{B_S^U}{(1 + B_S^U)(1 + B_S^D)} \right)^2 \frac{k^D(2k^D + 1)}{2(k^D + 1)^2} \\ + \left( \frac{B_S^U}{(1 + B_S^U)(1 + B_S^D)} \right)^2 \frac{sk^D(2sk^D + 1)}{2(sk^D + 1)^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{B_S^U}{b_S(1 + B_S^U)} \right)^2$$

On étudie analytiquement  $W_{SD}$ . En fixant  $m$  et  $n$ , on montre que  $\frac{\partial W_{SD}}{\partial s} = \frac{nN(s)}{D(s)}$ , où  $D(s)$  est un polynôme de degré 3 en  $s$ , positif pour tout  $s \in [1, n]$  et  $N(s)$  négatif pour tout  $s \in [1, n]$ . En conséquence,  $W_{SD}$  est décroissant en  $s$  pour tout  $s \in [1, n]$ . De façon similaire, on étudie le surplus social  $W_{SU}$  après la fusion de  $s$  entreprises amont, et on montre que  $W_{SU}$  décroît en  $s$  pour tout  $s \in [1, m]$ . Toute fusion réduit donc le surplus social.

De plus, on compare facilement les pertes de surplus engendrées par des concentrations comparables aux deux niveaux, lorsque  $m = n$ . Le signe de la différence  $W_{SD} - W_{SU}$  se ramène à celui d'un polynôme de degré 4 en  $s$ , positif pour tout  $s \in [1, n]$ . Ainsi, le nombre  $n$  de firmes aux deux niveaux du marché étant fixé, une fusion entre  $s$  entreprises aval engendre une perte de surplus social plus faible qu'une fusion entre  $s$  entreprises amont.

La généralisation de ces résultats dans le cas  $m \neq n$  est fastidieuse : elle nécessite l'étude de polynômes à trois variables dont l'expression est lourde. Cependant, des simulations permettent de montrer qu'à  $m$  et  $n$  fixés, toute fusion, qu'elle se produise en amont ou en aval, diminue le surplus social.

## 8.9 Annexe 9 : Preuve des lemmes 8 et 9

**Lemme 8 : absence d'équilibre avec une seule coalition dans le jeu de fusion en amont**

On note  $\varphi(n, t)$  la différence  $\pi_{t+1}^n - \pi_1 - t\pi_{refus}$ .

Une condition nécessaire pour qu'un équilibre où une entreprise aval achète  $t$  concurrents puisse exister est donnée par l'inéquation :

$$\varphi(n, t) \geq 0.$$

On montre facilement que,  $\forall n$ ,  $\varphi(n, t = 0) = 0$  et  $\varphi(n, t = n - 1) < 0$ .

En outre, on peut montrer que  $\varphi(n, t)$  est décroissante en  $t$  pour  $t \in [0, n - 1]$  :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{N(n, t)}{D^3(n, t)},$$

avec  $N(n, t)$  un polynôme de degré 10 en  $t$ , toujours négatif pour  $t \in [0, n - 1]$ , et  $D(n, t)$  un polynôme de degré 4 en  $t$  toujours positif  $\forall t \in [0, n - 1]$ . On en déduit donc que,  $\forall n$ ,  $\varphi(n, t)$  est décroissant en  $t$  pour tout  $t \in [0, n - 1]$ , de telle sorte que  $\forall n, \forall t \in [0, n - 1], \varphi(n, t) \leq 0$ . La condition nécessaire n'est donc jamais vérifiée.

**Lemme 9 : inexistence d'équilibres avec duopolisation dans le jeu de fusion en amont**

Une condition nécessaire à l'existence d'un équilibre avec duopolisation est qu'il existe un  $s \in \{1, \dots, n\}$  tel que la fusion de  $s$  entreprises amont soit profitable sachant que la stratégie des  $(n - s)$  autres entreprises amont est de fusionner, et que la fusion de  $(n - s)$  entreprises amont soit profitable sachant que les  $s$  autres ont fusionné.

Supposons que la stratégie de  $(n - s)$  entreprises amont soit de fusionner. On écrit alors une condition nécessaire pour que les  $s$  concurrents non concernés par cette fusion aient intérêt à fusionner eux-mêmes. La contrainte de rationalité de l'acquéreur s'écrit :

$$CR = \frac{1}{(1 + B_s^{U'})^2} \frac{sk^U(2sk^U b + 1)}{2[sk^U b + 1]^2} -$$

$$(s - 1) \frac{1}{(1 + B_s^{U''})^2} \frac{k^U(2bk^U + 1)}{2[bk^U + 1]^2} + \frac{1}{(1 + B_{n-s}^U)^2} \frac{k^U(2bk^U + 1)}{2[bk^U + 1]^2} \geq 0$$

avec  $B_s^{U''} = \frac{bk^U}{1 + bk^U} + \frac{(m - s)bk^U}{1 + (m - s)bk^U} + \frac{(s - 1)bk^U}{1 + (s - 1)bk^U}$

et  $B_{n-s}^U = \frac{(m - s)bk^U}{1 + (m - s)bk^U} + \frac{sbk^U}{1 + bk^U}$ .

Le signe de  $CR$  est donné par une fonction polynômiale de  $n$  et  $s$ , dont l'étude analytique est longue mais simple, et révèle qu'elle est toujours négative. En conséquence, la condition nécessaire à l'existence d'un équilibre avec duopolisation du secteur amont n'est jamais vérifiée.

## 8.10 Annexe 10 : Résolution du jeu de fusion en amont

Une condition nécessaire pour qu'une entreprise amont ait intérêt à acheter  $s - 1$  concurrents, sachant que la concentration des  $n - s$  autres concurrents est telle que

leur indice de concentration prend la valeur  $\Delta$ , est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned}\pi_s^n - \pi_1 &\geq (s-1)\pi_{refus} \\ \iff \varphi(n, s, \Delta) &\geq 0.\end{aligned}$$

Le signe de  $\varphi$  est donné par celui d'une fonction polynomiale  $P(n, s, \Delta)$ . L'étude des dérivées<sup>17</sup> successives de  $P$  par rapport à  $\Delta$  permet de montrer que  $\forall n, \forall s \geq 7, \forall \Delta, \frac{\partial \varphi}{\partial \Delta} \geq 0$ . Or on a montré dans le lemme 8 que lorsque  $\Delta = \frac{b(n-s)}{n+b}$ , c'est-à-dire lorsque les  $n-s$  autres firmes restent séparées,  $\forall n, \forall s, \varphi(n, s, \Delta = \frac{b(n-s)}{n+b}) \leq 0$ . Comme  $\Delta \in [\frac{b(n-s)}{n+b(n-s)}, \frac{b(n-s)}{n+b}]$ , on en déduit que  $\forall n, \forall s \geq 7, \forall \Delta \in [\frac{b(n-s)}{n+b(n-s)}, \frac{b(n-s)}{n+b}]$ ,  $\varphi(n, s, \Delta) \leq 0$ .

En outre,  $\forall s \in \{1, \dots, 6\}$ , on montre facilement que  $\forall n, \forall \Delta, \varphi(n, s, \Delta) \leq 0$ .

On peut donc en déduire que la condition nécessaire pour qu'une entreprise amont ait intérêt à acheter  $s-1$  concurrents, sachant que la concentration des  $n-s$  autres concurrents est telle que leur indice de concentration prend la valeur  $\Delta$ , n'est jamais vérifiée. Le seul équilibre possible est donc le *statu quo*.

En outre, on montre facilement que le *statu quo* est un équilibre. Les stratégies suivantes, par exemple, soutiennent cet équilibre : chaque entreprise amont offre 0 pour chacun de ses concurrents, et demande le profit de monopole pour céder son entreprise.

## 8.11 Annexe 11 : Preuve de la proposition 11

La condition nécessaire pour que l'acquisition de  $n-1$  entreprises aval soit profitable est équivalente à :

$$\frac{n^2(-117-456n+80n^2+2205n^3+1800n^4-2847n^5-3725n^6+760n^7+2124n^8+320n^9-144n^{10})}{[2(3+4n)^2(1+3n+3n^2)^2(3+2n-8n^2-4n^3)^2]} \geq 0.$$

Une étude simple montre que cette inégalité est vérifiée quel que soit  $n \leq 5$ , mais n'est plus vraie pour tout  $n \geq 6$ . Si  $m = n$ , la condition nécessaire pour qu'un monopole émerge à l'équilibre du jeu aval est donc vérifiée pour tout  $n \leq 5$ .

En outre, lorsque  $n \leq 5$ , même si  $m \neq n$ , on peut montrer que cette condition nécessaire demeure vérifiée (sauf dans le cas où  $n = 5$  et  $m = 3$ ). En fait, on montre facilement que cette inégalité est équivalente aux relations suivantes :

---

<sup>17</sup> $P$  est de degré 6 en  $\Delta$ . On étudie d'abord  $\frac{\partial^6 P}{\partial \Delta^6}$ , et on montre que cette fonction polynomiale de  $s$  et  $n$  est positive  $\forall n, \forall s \in [1, n]$ . Ainsi on sait que  $\frac{\partial^5 P}{\partial \Delta^5}$  est croissante en  $\Delta$ , et on montre que  $\frac{\partial^5 P}{\partial \Delta^5}(\Delta = 0)$  est positive  $\forall n, \forall s \in [1, n]$ , etc...

(si  $n = 3$ )

$$\frac{m^2}{2} \left[ \frac{3}{(3+4m)^2} - \frac{5}{(7+10m)^2} - \frac{250}{(33+46m)^2} \right] \geq 0$$

Il est facile de vérifier que cette inégalité est vraie pour tout  $m \geq 0$ .

(si  $n = 4$ )

$$3m^2 \left[ \frac{1}{2(3+4m)^2} - \frac{1}{(9+13m)^2} - \frac{147}{(57+79m)^2} \right] \geq 0$$

Cette inégalité est vraie pour tout  $m \geq 1$ .

(si  $n = 5$ )

$$\frac{4m^2(-2766 - 10917m - 13190m^2 - 3104m^3 + 2176m^4)}{(3+4m)^2(11+16m)^2(29+40m)^2} \geq 0$$

Cette inégalité est vraie pour tout  $m \geq 4$ .

Il reste à montrer qu'il existe des stratégies qui soutiennent l'équilibre avec monopolisation dans le jeu aval. Supposons qu'une entreprise aval fasse une offre d'achat au prix  $\frac{\pi^m - \pi_1}{n-1}$  à chacun de ses concurrents, et qu'elle fixe son prix de cession à  $\pi^m$  (avec  $\pi^m$  le profit de monopole qu'une entreprise aval seule, avec un stock de capital égal à 1, peut faire face à  $m$  fournisseurs). Supposons que toutes les autres entreprises aval adoptent la stratégie suivante : elles demandent le prix  $\frac{\pi^m - \pi_1}{n-1}$  pour céder leur entreprise, et offrent de racheter chacune des autres firmes au prix  $\pi_1$ . Montrons maintenant que ces stratégies forment un équilibre de Nash parfait en sous-jeux.

Tout d'abord, puisque  $n \leq 5$  on a  $\frac{\pi^m - \pi_1}{n-1} \geq \pi_{refus} \geq \pi_1$ . Du point de vue de l'acheteur, diminuer son prix de cession jusqu'à  $\pi_1$  n'a pas d'effet, puisque cela ne change pas l'issue du jeu, donc son profit. En outre, s'il demandait un prix de cession inférieur à  $\pi_1$ , il risquerait d'être racheté par un concurrent et donc d'avoir un revenu inférieur à  $\pi_1$  : cette déviation ne peut pas être profitable.

En outre, l'acheteur n'a pas intérêt à dévier en proposant un prix plus élevé pour racheter une des autres firmes, et il n'a pas intérêt non plus à diminuer l'une ou plusieurs de ces offres. S'il déviait de sa stratégie en modifiant son offre, renonçant à acquérir  $s$  concurrents pour n'en acheter que  $n-s-1$ , il recevrait alors le profit  $\pi^D(n-s, 1, \dots, 1)$ . Des calculs simples montrent que  $\pi^D(n-s, 1, \dots, 1) - (n-s-1)\frac{\pi^m - \pi_1}{n-1} \leq \pi_1$  pour tout  $s \in \{1, 2, \dots, n-1\}$  et pour  $n \leq 5$ . L'acheteur n'a alors aucune incitation à dévier de la stratégie.



Montrons maintenant qu'aucune firme cible n'a intérêt à dévier de sa stratégie. Il est immédiat de montrer que diminuer ou augmenter son prix de cession n'est pas intéressant, étant donné les stratégies des autres firmes : renonçant à être achetée, elle toucherait le profit  $\pi_{refus}$ , qui est inférieur à ce que lui propose l'acheteur. Cependant, une firme cible pourrait préférer dévier en rachetant elle-même  $s$  autres firmes. Dans ce cas, elle devrait augmenter son offre sur  $s$  firmes pour pouvoir les racheter, et proposer au moins  $\frac{\pi^m - \pi_1}{n - 1}$  à chacune. Son profit serait alors au maximum :

$$\pi^D(n - s - 1, s + 1) - s \frac{\pi^m - \pi_1}{n - 1}$$

qui est inférieur à  $\frac{\pi^m - \pi_1}{n - 1}$  pour tout  $n \leq 5$ .

Par exemple, pour  $n = 5$ , on montre facilement que la différence  $\pi^D(n - s - 1, s + 1) - s \frac{\pi^m - \pi_1}{n - 1} - \frac{\pi^m - \pi_1}{n - 1}$  est égale à :

$$-\frac{m^2(21411 + 236106m + 745608m^2 + 934344m^3 + 412304m^4)}{(3 + 4m)^2(11 + 16m)^2(93 + 130m)^2} \leq 0$$

( $s = 2$ )

$$-\frac{3m^2(30852 + 230385m + 607532m^2 + 685028m^3 + 281928m^4)}{(3 + 4m)^2(11 + 16m)^2(93 + 130m)^2} \leq 0$$

( $s = 3$ )

$$-\frac{2m^2(6447 + 44958m + 113188m^2 + 123328m^3 + 49408m^4)}{(3 + 4m)^2(11 + 16m)^2(29 + 40m)^2} \leq 0$$

Finalement, ni l'acquéreur, ni les firmes-cibles n'ont intérêt à dévier des stratégies que l'on a définies plus haut. Ces stratégies définissent donc un équilibre avec monopolisation en aval.